Megoldás. Tegyük fel, hogy egy f polinom kielégíti a feltételeket. Emeljük ki f-ből x-nek a lehető legnagyobb kitevőjű hatványát:

$$f(x) = x^k g(x),$$

úgy, hogy

$$g(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

ahol k és m nemnegatív egészek, $a_m, \ldots, a_0$ egészek, továbbá $a_0, a_m \neq 0$. Mivel végtelen sok prímszám van, a nemnulla a_0 számnak pedig csak véges sok osztója, azért végtelen sok olyan p prímszám létezik, amelyre $p \nmid a_0$. Egy ilyen p prímre $g(p)$ nem osztható p-vel, hiszen a konstans tag nem osztható vele, a többi tag viszont igen. Feltevésünk szerint $f(p) = p^k g(p)$ egyetlen prímosztója p, ezért $g(p)$-nek nem lehet p-től különböző prímosztója, azaz $g(p) = \pm 1$. Így a g polinom vagy az 1, vagy a -1 értéket végtelen sokszor veszi fel, tehát $g(x) \equiv 1$, vagy $g(x) \equiv -1$ teljesül. Ezzel megmutattuk, hogy $f(x) = \pm x^k$ valamely k nemnegatív egész számra. Könnyen ellenőrizhető, hogy a $\pm x^k$ polinom pontosan akkor elégíti ki a feltételeket, ha $k > 0$. Tehát pontosan az x^k, $-x^k$ polinomok megfelelők, ahol k tetszőleges pozitív egész szám.

Megjegyzés. A fenti megoldás kis módosításával az is megmutatható, hogy a feladat állítása tetszőleges valós együtthatós f polinomra is igaz. Ha ugyanis f egy n-edfokú polinom, akkor elegendően nagy x-ekre, például $M < x$ esetén teljesül, hogy $x^{n-1} < \left|f(x)\right| < x^{n+1}$. A feltétel szerint tetszőleges p prímre az $f(p)$ szám vagy p-hatvány, vagy egy p-hatvány ellentettje. Ha $M < p$ is teljesül, akkor a szóba jövő értékek p^n és $-p^n$. A két lehetőség közül valamelyik végtelen sokszor áll fenn, így a fenti megoldáshoz hasonlóan következik, hogy $f(x) = x^n$ vagy $f(x) = -x^n$.