

Megoldás. Ha $a = b = 0$, akkor például $c = d = 1$ megfelelő választás. A továbbiakban feltesszük, hogy a és b közül legalább az egyik nem 0, ekkor jelölje d a két szám legnagyobb közös osztóját. Legyen $a = da'$, $b = db'$, ahol a' és b' egymáshoz relatív prím egész számok. Felhasználjuk azt a jól ismert számelméleti összefüggést, amely szerint az

$$ux + vy = m \quad (u, v, m \in \mathbb{Z})$$

diofantikus egyenletnek pontosan akkor van megoldása, ha $(u, v) \mid m$. Ezt az állítást a $b'x - a'y = 1$ egyenletre alkalmazva kapjuk, hogy léteznek olyan c és d egész számok, amelyekre $b'c - a'd = 1$. Ezzel a választással $an + c$ és $bn + d$ az n tetszőleges egész értéke esetén relatív prímek, hiszen az alábbi összefüggésből kiderül, hogy minden közös osztójuk osztja az 1-et is:

$$b'(an + c) - a'(bn + d) = (b'da' - a'db')n + (b'c - a'd) = 1.$$

Ezzel megmutattuk, hogy léteznek a feladat feltételét kielégítő c és d egész számok.