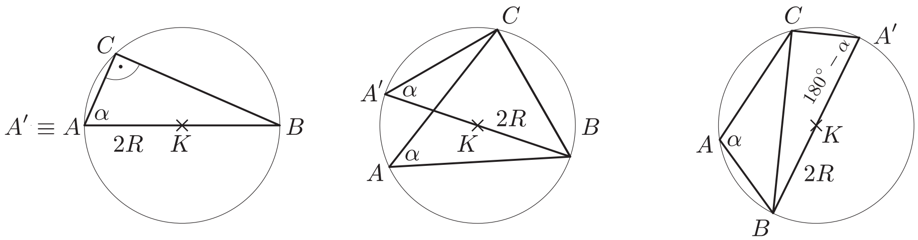
Megoldás. A trapéz A_i csúcsánál levő szöget jelölje α_i. Az általánosított szinusztétel szerint egy háromszögben bármely oldal hossza megegyezik a körülírt kör átmérőjének és az oldallal szemközti szög szinuszának szorzatával (*1. ábra*). Tehát

$$e = 2r_2 \sin\alpha_4 = 2r_4 \sin\alpha_2, \quad f = 2r_1 \sin\alpha_3 = 2r_3 \sin\alpha_1.$$

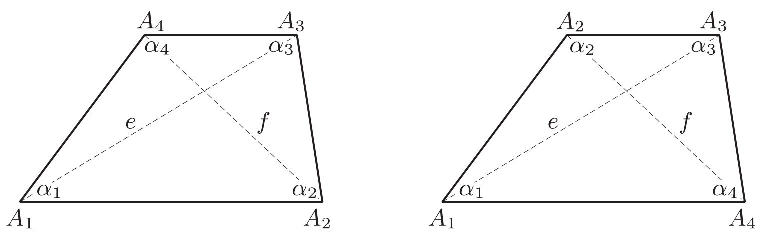


1. ábra

A trapéz bármely szárán lévő két szög összege 180°, és minden φ szögre teljesül, hogy $\sin\varphi = \sin(180° - \varphi)$, ezért vagy $\sin\alpha_4 = \sin\alpha_3$ és $\sin\alpha_2 = \sin\alpha_1$; vagy $\sin\alpha_4 = \sin\alpha_1$ és $\sin\alpha_2 = \sin\alpha_3$ teljesül. Ezeket felhasználva mindkét esetben kapjuk, hogy

$$\frac{2r_2}{e} + \frac{2r_4}{e} = \frac{1}{\sin\alpha_4} + \frac{1}{\sin\alpha_2} = \frac{1}{\sin\alpha_3} + \frac{1}{\sin\alpha_1} = \frac{2r_1}{f} + \frac{2r_3}{f},$$

ebből pedig azonnal adódik a bizonyítandó $\dfrac{r_2 + r_4}{e} = \dfrac{r_1 + r_3}{f}$ állítás.



2. ábra