

Jelöljük a keresett ADB szöget δ -val, ekkor

$$BAD \sphericalangle = 180^\circ - (75^\circ + \delta) = 105^\circ - \delta.$$

Írjuk fel az ABD háromszögben a szinusztételt:

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\sin \delta}{\sin (105^\circ - \delta)} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, & \text{innen} \\ \sin \delta &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (\sin 105^\circ \cos \delta - \cos 105^\circ \sin \delta). \end{aligned}$$

A szögösszeadási tételek segítségével kiszámítjuk a 105° szinuszt és koszinuszt:

$$\begin{aligned} \cos 105^\circ &= \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right), \\ \sin 105^\circ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right). \end{aligned}$$

A most kapott értékeket írjuk be az (1) egyenletbe:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \cos \delta - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \sin \delta \right], \\ \sin \delta &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{4} \cos \delta - \frac{\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})}{4} \sin \delta. \end{aligned}$$

Osszunk végig $\cos \delta \neq 0$ -val:

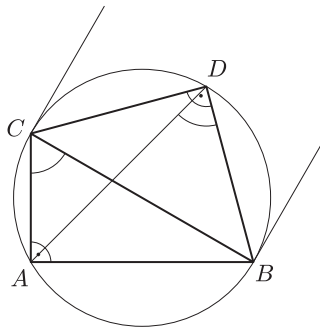
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{3 + \sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3} - 3}{4} \operatorname{tg} \delta.$$

Innen

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta \left(1 + \frac{\sqrt{3} - 3}{4} \right) &= \frac{3 + \sqrt{3}}{4} \quad \text{és} \\ \operatorname{tg} \delta &= \frac{3 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{3 + \sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3}{1 - 3} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vagyis $\delta = ADB \sphericalangle = 60^\circ$.

II. megoldás. Az $ABDC$ négyszögben az A és D szembenfekvő csúcsoknál levő szög derékszög, így összegük 180° . Ez azt jelenti, hogy a négyszög húrnégyszög, így írható köré kör.



$ACB \sphericalangle = ADB \sphericalangle$ ugyanazon húrhoz tartozó kerületi szögek, tehát egyenlők, amiből következik, hogy $ADB \sphericalangle = 60^\circ$.