I. megoldás. A gondolt számok között nem szerepelhet a nulla, hiszen az ebből képezett egytagú összeg is nulla lenne. A megadott 2^n-1 darab szám növekvő sorrendben legyen

$$a_1 \le a_2 \le a_3 \le \ldots \le a_{2^n-1};$$

itt a_1 a gondolt számok közül az összes negatívnak az összege – ha volt köztük negatív, vagy, ellenkező esetben, a legkisebb gondolt szám, ami ilyenkor szükségképpen pozitív. Mivel az utóbbi esetben éppen a **B. 4249.** feladat speciális esetét kapjuk feltehető, hogy az első eset áll fenn, azaz $a_1<0$. Legyen $b_i=|a_1-a_i|$, ha $i=2,3,\ldots,2^n-1$, illetve legyen $b_1=a_1$. A $b_1,b_2,\ldots,b_{2^n-1}$ számok éppen a gondolt számok abszolút értékeiből képezett összegek, ezért az említett feladat megoldása szerint azok egyértelműen meghatározhatók. Ezután megmutatjuk, hogy nem csak a gondolt számok abszolút értékei, hanem maguk a gondolt számok is egyértelműen megkaphatók, azaz nincs két olyan különböző szám n-es, amelyhez ugyanazok az a_i értékek tartoznának. Tegyük fel, ezzel ellentétben, hogy létezik két ilyen n-es, A és B; mint láttuk, ezek egymástól eltérő tagjai csupán előjelükben különböznek. Legyen m az ilyen elemeknek a száma. Jelölje az m darab eltérő, A-beli elem közül a negatívak összegét α, a B-beli megfelelő negatívak összegét β. Mivel A-ban az $\alpha-\beta$ néhány ottani számnak az összege, azért $\alpha-\beta\neq 0$, így $|\alpha|\neq|\beta|$; legyen pl. $|\alpha|>|\beta|$. Hagyjuk el A-ból azt az m darab elemét, amely (előjelében) eltér B megfelelő elemeitől, jelöljük a megmaradó $n-m$ darab (nem feltétlenül különböző) szám együttesét A'-vel. Az A'-beli számokból képezhető legnagyobb összeg (az összes benne szereplő pozitív szám összege) $a_{2^n-1}-\beta$. Hasonlóan kapjuk, hogy B-ből elhagyva az m darab eltérő számot, a megmaradt B' „halmaz” elemeiből képezhető legnagyobb összeg $a_{2^n-1}-\alpha>a_{2^n-1}-\beta$. Ellentmondást kaptunk, hiszen A' nyilvánvalóan azonos B'-vel.

Megjegyzés. A gondolt számok egyértelműségének fenti elegáns indirekt bizonyítása nem ad közvetlen eljárást e számok meghatározására (kivéve azt a kizárt esetet, amikor a számok pozitívak). A következő megoldás viszont éppen egy ilyen eljárás megadásával oldja meg a feladatot.

II. megoldás. Tekintsük úgy a feladatot, hogy egy n-elemű halmaz részhalmazaiban lévő elemek összegeiből akarjuk a halmazt visszafejteni. Az üres halmaznak megfelelő összeg legyen a nulla.

A legnagyobb összeg biztosan az összes pozitív elem összege. Mi lehet a második legnagyobb összeg? Ez kétféleképpen jöhetett létre attól függően, hogy milyen szám abszolút értéke a legkisebb.

Ha egy pozitív szám abszolút értéke a legkisebb, akkor a második legnagyobb összeg úgy jött létre, hogy összeadtuk a pozitívakat a legkisebb kivételével. Ha egy negatív szám abszolút értéke a legkisebb, akkor a második legnagyobb összeget úgy kapjuk, hogy összeadjuk a pozitívakat, és még a legnagyobb negatív számot is hozzájuk adjuk. Ebből adódik, hogy a két legnagyobb összeg különbsége biztosan az egyik szám – a legkisebb abszolút értékű szám – abszolút értéke; legyen ez a szám p. A részhalmazok párba állíthatók úgy, hogy két, párba állított részhalmaz csupán abban kükönbözik, hogy az egyikben benne van p, a másikban pedig nincs. (Az üres halmazhoz az egyelemű $\{p\}$ részhalmaz fog tartozni.) Ennek alapján az összegek is párba állíthatók úgy, hogy a párok tagjainak különbsége mindig p abszolút értéke legyen. Az összegek e megfelelő párbaállítását kezdetben nem látjuk ugyan, de – mivel véges sok szám van – az összes párbaállítások száma is véges. Ezért meg tudjuk találni az összes olyan párbaállítást, amelynél a párok tagjainak különbsége p abszolút értéke. Mivel az üres halmazhoz a $\{p\}$ részhalmaz tartozott, a 0 párja p lesz. Tehát ezzel a módszerrel nem csupán p abszolút értékét, hanem magát a p-t (az előjelével együtt!) is meg tudjuk határozni. Minden összegnek egyértelműen megkapjuk a párját: a legnagyobb S_1 összeg párja $S_2=S_1-|p|$, a csökkenő sorrendben ezután következő S_3 párja $S_4=S_3-|p|$, és így tovább. Ha $p>0$, akkor pontosan az S_2, S_4, $\ldots$ összegek tartoznak a p-t nem tartalmazó részhalmazokhoz, míg $p<0$ esetén az $S_1,S_3,\ldots$ összegek. Ezután már mindkét esetben csak azokat az összegeket vizsgáljuk, amelyek azoknak a részhalmazoknak felelnek meg, amelyekben nincs benne p. Ezzel visszajutottunk az eredeti feladathoz, de a gondolt számok száma eggyel csökkent.