

I. megoldás. Ha vegyiáruból v , papíráruból p tonnát veszünk, akkor a kamion kapacitását az

$$\begin{aligned} (1) \quad & v + p \leq 5, \\ & (v, p \geq 0) \\ (2) \quad & v + 3p \leq 12 \end{aligned}$$

feltételekkel írhatjuk le. Ha H jelöli a hasznot, akkor

$$\frac{H}{10^5} = v + 2p.$$

H a v -nek és p -nek is szigorúan monoton növekvő függvénye; ezért, ha $v_1 \geq v_0$ és $p_1 \geq p_0$, és legalább az egyik helyen szigorú egyenlőtlenség teljesül, akkor v_1, p_1 -re nagyobb a haszon, mint v_0, p_0 választásával. Így célszerű v és p értékét addig növelni, ameddig (1)-ben vagy (2)-ben egyenlőséget kapunk: H csak ilyen értékekre lehet maximális. Ennek megfelelően két esetet különböztethetünk meg.

1. eset:

$$\begin{aligned} (1) \quad & v + p = 5, \\ (2) \quad & v + 3p \leq 12. \end{aligned}$$

Fejezzük ki v -t az (1)-ből és helyettesítsük (2)-be:

$$\begin{aligned} (2) \quad & (5 - p) + 3p \leq 12, \\ & p \leq 3,5. \end{aligned}$$

Ezzel

$$\frac{H}{10^5} = (5 - p) + 2p = p + 5 \leq 8,5,$$

így ebben az esetben H maximuma $8,5 \cdot 10^5 = 850\,000$, ami $p = 3,5$, $v = 5 - p = 1,5$ esetén valósul meg.

2. eset:

$$\begin{aligned} (1) \quad & v + p \leq 5, \\ (2) \quad & v + 3p = 12. \end{aligned}$$

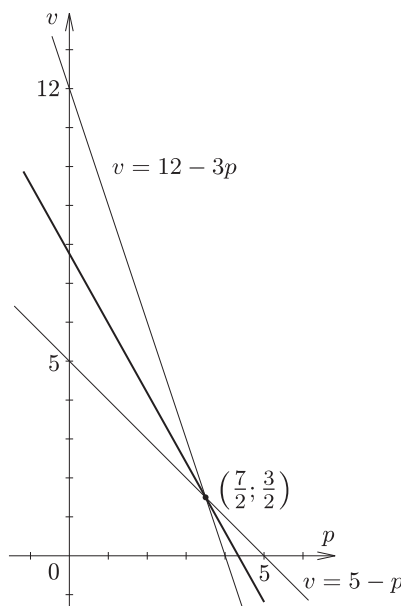
Az előbbi esethez hasonlóan eljárva, (2)-ből $v = 12 - 3p$, ezt (1)-be helyettesítve

$$(12 - 3p) + p \leq 5, \quad p \geq 3,5, \quad \text{ezzel}$$

$$\frac{H}{10^5} = (12 - 3p) + 2p = 12 - p \leq 8,5.$$

Itt pontosan akkor teljesül egyenlőség, ha $p = 3,5$ és $v = 12 - 3p = 1,5$, ami megegyezik az 1. esetre kapott szélsőérték-hellyel. A haszon tehát legfeljebb 850 000 forint és pontosan akkor ennyi, ha $p = 3,5$ és $v = 1,5$.

II. megoldás. Ábrázoljuk a p , v koordináta-rendszerben az (1) és (2) függvényeket.



A hasznót százezer forintba számolva keressük a $v + 2p$ függvény maximumát.

Az előző két egyenes metszéspontjának koordinátái $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$. A feltételeknek eleget tevő értékek a $(0; 5)$, $(0; 0)$, $(4; 0)$ és $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$ pontok által meghatározott négyszög határára és belsejébe esnek. A hasznót megadó lineáris függvény a v tengelyt egy C pontban metszi. A különböző haszon értékekhez különböző egymással párhuzamos egyenesek tartoznak. Akkor kapjuk a legnagyobb hasznót, ha az egyenes a $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$ metszésponton megy át, vagyis, ha 3,5 tonna vegyiárut és 1,5 tonna papírárut szállít el a konténer.