

Megoldás. Rendezzük át az egyenletet, és adjunk mindkét oldalhoz x -et:

$$x^6 + 2x^{3,5} + x = x^3 + 2x^2 + 2x^{1,5} + x + 2x^{0,5} + 1,$$

$$(x^3 + x^{0,5})^2 = (x^{1,5} + x^{0,5} + 1)^2.$$

A $\sqrt{x}$ csak akkor értelmezett, ha $x \geq 0$, ekkor láthatólag a jobb és a bal oldal is legalább 0, és a négyzetfüggvény kölcsönösen egyértelmű, így gyököket vonhatunk:

$$x^3 + x^{0,5} = x^{1,5} + x^{0,5} + 1, \quad x^3 - x^{1,5} - 1 = 0.$$

Helyettesítsünk $y = x^{1,5}$ -t: $y^2 - y - 1 = 0$. A másodfokú egyenlet gyökei:

$$y_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad y_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Az $x^{1,5}$ hatványfüggvény akkor értelmezett, ha x nemnegatív, ekkor a hatványérték, azaz y is nemnegatív. Ez kizárja az első gyököt. A második gyökből:

$$x = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{2/3} \approx 1,378.$$

Ez az egyenlet egyetlen megoldása.