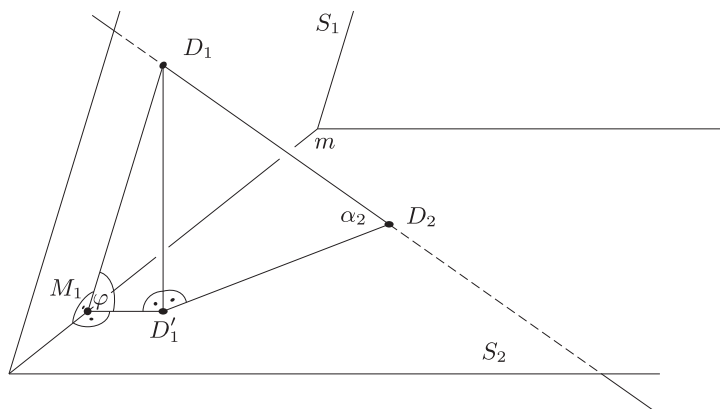


Megoldás. A $D_1 \neq D_2$ feltétel azt jelenti, hogy sem D_1 , sem D_2 nem esik az m egyenesre. Legyen a D_1 pontból az S_2 síkra állított merőleges talppontja D'_1 , a D'_1 -ből m -re állított merőleges talppontja pedig M_1 . Ugyanígy definiáljuk a D'_2 és M_2 pontokat is, azaz legyen a D_2 pontból az S_1 síkra állított merőleges talppontja D'_2 , a D'_2 -ből m -re állított merőleges talppontja pedig M_2 .



Ekkor a $D_1D'_1$ egyenes az S_2 sík minden egyenesére merőleges. A sík és egyenes hajlásszögének definíciója szerint pedig ha $\alpha_2 \neq 90^\circ$, akkor a $D_2D_1D'_1$ derékszögű háromszög D_2 -nél lévő szöge éppen α_2 , azaz $D_1D'_1 = D_1D_2 \sin \alpha_2$. Ez utóbbi összefüggés $\alpha_2 = 90^\circ$ esetén is igaz, mert ekkor $D'_1 \equiv D_2$. Az indexeket felcserélve ugyanilyen érveléssel kapjuk, hogy $D_2D'_2 = D_1D_2 \sin \alpha_1$.

Mivel m merőleges az egymással nem párhuzamos D'_1M_1 és $D_1D'_1$ egyenesekre, azért merőleges az általuk meghatározott sík minden egyenesére, tehát D_1M_1 -re is. Így D_1 és m távolsága D_1M_1 . Mivel a D_1M_1 egyenes az S_1 , a D'_1M_1 egyenes pedig az S_2 síkban van, mindkettő átmegy a két sík m metszévonalának M_1 pontján és mindkettő merőleges m -re, ezért a két egyenes hajlásszöge megegyezik a két sík φ hajlásszögével. A $D_1M_1D'_1$ derékszögű háromszögben $D_1M_1 = D_1D'_1 / \sin \varphi$. Ez utóbbi összefüggés $\varphi = 90^\circ$ esetén is igaz, mert ekkor $D'_1 \equiv M_1$. Az indexeket felcserélve ugyanilyen érveléssel kapjuk, hogy $D_2M_2 = D_2D'_2 / \sin \varphi$, és D_2 és m távolsága D_2M_2 .

Vagyis

$$D_1M_1 = \frac{D_1D_2 \cdot \sin \alpha_2}{\sin \varphi} \quad \text{és} \quad D_2M_2 = \frac{D_1D_2 \cdot \sin \alpha_1}{\sin \varphi}.$$

Állításunk bizonyításához ezek szerint azt kell megmutatnunk, hogy $\alpha_1 > \alpha_2$ pontosan akkor teljesül, ha $D_2M_2 > D_1M_1$, azaz ha $\sin \alpha_1 > \sin \alpha_2$. Ez viszont nyilván igaz, mert a $[0; \pi/2]$ intervallumon a szinuszfüggvény szigorúan monoton növekvő.