

Megoldás. Vegyünk fel egy derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy az origó egybeessen a B ponttal, az x tengely átmenjen C -n és válasszuk úgy az egységet, hogy $C = (1; 0)$ legyen.

Az ABC háromszög A -hoz tartozó magasságának talppontja legyen T . Az A pont pontosan akkor tartozik a keresett mértani helyhez, ha nincs rajta a BC egyenesen és

$$AT = \sqrt{(BC + AC)(BC - AC)},$$

azaz

$$AT^2 = BC^2 - AC^2$$

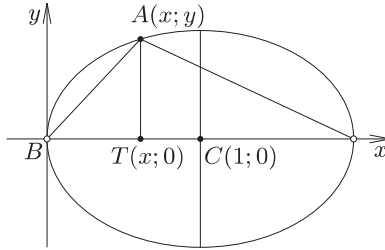
teljesül. Vizsgáljuk meg, hogy az $A = (x; y)$ pont mikor tesz eleget a feltételeknek. A T pont koordinátái $(x; 0)$, ezért két pont távolságának ismert képlete alapján feltételünk

$$y^2 = 1 - ((x - 1)^2 + y^2)$$

alakban írható. Ezt rendezve kapjuk, hogy

$$\frac{(x - 1)^2}{1^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,$$

ami egy olyan ellipszis egyenlete, amelynek nagytengelye $2a = 2 \cdot 1 = 2$, kistengelye $2b = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ hosszú, középpontja pedig az $(1; 0) = C$ pont.



Tehát a keresett A pontok mértani helye az az ellipszis, amelynek középpontja C , nagytengelyének egyik végpontja B , kistengelyének hossza pedig $\sqrt{2}BC$, kivéve a nagytengelyének végpontjait.