

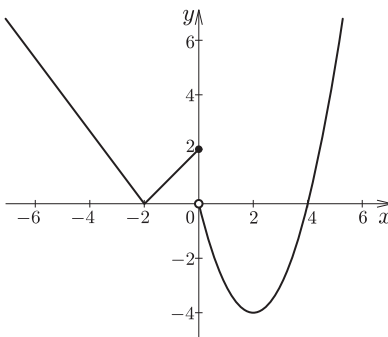
Megoldás.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 4x + 4} - a &= \sqrt{(x+2)^2} - a = |x+2| - a = \\ &= \begin{cases} x+2-a, & \text{ha } -2 \leq x \leq 0, \\ -(x+2)-a, & \text{ha } x < -2. \end{cases}\end{aligned}$$

$x^2 - 4x + a = (x-2)^2 - 4 + a$, ha $x > 0$. Tehát

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 - 4 + a, & \text{ha } x > 0, \\ x+2-a, & \text{ha } -2 \leq x \leq 0, \\ -(x+2)-a, & \text{ha } x < -2. \end{cases}$$

Ábrázoljuk a függvényt $a = 0$ esetén:



Nézzük meg $f(x)$ zérushelyeinek számát az a paramétertől függően az $x \leq 0$, illetve az $x > 0$ intervallumon.

A függvény képe az $x \leq 0$ intervallumon a -val az y tengely mentén lefelé, míg az $x > 0$ intervallumon a -val felfelé tolódik. Ennek alapján

a értéke	zérushelyek száma az $x \leq 0$ intervallumon
$a < 0$	0
$a = 0$	1
$0 < a \leq 2$	2
$a > 2$	1

a értéke	zérushelyek száma az $x > 0$ intervallumon
$a \leq 0$	1
$0 < a < 4$	2
$a = 4$	1
$a > 4$	0

A két táblázat szerint a zérushelyek száma az a paramétertől függően:

a értéke	zérushelyek száma
$a < 0$	1
$a = 0$	2
$0 < a \leq 2$	4
$2 < a < 4$	3
$a = 4$	2
$a > 4$	1