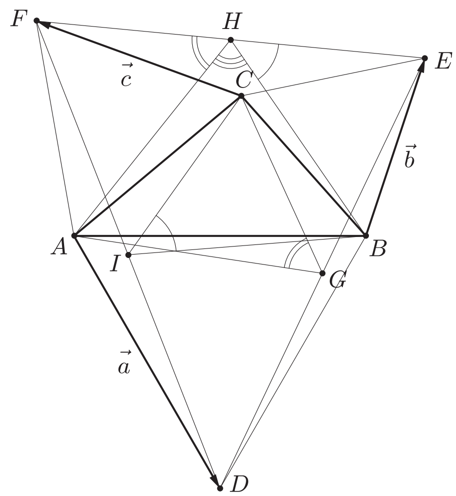
Megoldás. Jelölje a $\vec{v}$ vektor $+60°$-os elforgatottját $\vec{v}_{60}$, $+120°$-os elforgatottját $\vec{v}_{120}$.

Először megmutatjuk, hogy $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AG}_{60}$, azaz $\overrightarrow{AG}_{60} - \overrightarrow{AH} = 0$.

Legyen $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BE} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{CF} = \vec{c}$. Ekkor $\overrightarrow{AB} = \vec{a}_{60}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}_{60}$ és $\overrightarrow{CA} = \vec{c}_{60}$,

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AD}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} + \vec{a}}{2}.$$



Felhasználva, hogy $\vec{a}_{120} = \vec{a}_{60} - \vec{a}$, illetve $-\vec{c}_{120} = \vec{c} - \vec{c}_{60}$:

$$\overrightarrow{AG}_{60} = \frac{\vec{a}_{120} + \vec{b}_{60} + \vec{a}_{60}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} - \vec{a} + \vec{b}_{60} + \vec{a}_{60}}{2} = \frac{2\vec{a}_{60} - \vec{a} + \vec{b}_{60}}{2},$$

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AF}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} - \vec{c}_{120}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} + \vec{c} - \vec{c}_{60}}{2},$$

$$\overrightarrow{AG}_{60} - \overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}(\vec{a}_{60} + \vec{b}_{60} + \vec{c}_{60} - \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}).$$

$\vec{a}_{60} + \vec{b}_{60} + \vec{c}_{60} = 0$, mert az ABC háromszög oldalaiként zárt láncot alkotnak. De ekkor ugyanez igaz $-60°$-os elforgatottjaikra is: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. Így $\overrightarrow{AG}_{60} - \overrightarrow{AH} = 0$.

Mivel AH az AG, AF az AC szakasz $+60°$-os elforgatottja, ezért az $AHF\triangle$ az $AGC\triangle$ $+60°$-os elforgatottja, így $AGC\sphericalangle = AHF\sphericalangle$.

Hasonlóan belátható, hogy a $BIC\triangle$ az $BHE\triangle$ $+60°$-os elforgatottja, és emiatt $BHE\sphericalangle = BIC\sphericalangle$.

$$AHB\sphericalangle + BIC\sphericalangle + CGA\sphericalangle = AHB\sphericalangle + BHE\sphericalangle + AHF\sphericalangle = 180°.$$

Ezt kellett bizonyítani.