

Megoldás. Először azt nézzük meg, hogy $\left[\frac{x}{k}\right] = \left[\frac{x}{k+1}\right] = n$ -nek adott n nemnegatív egész számra hány (nemnegatív egész) megoldása van. $\frac{x}{k}$ -nak, illetve $\frac{x}{k+1}$ -nek akkor lesz az egészrésze n , ha mindkettő legalább n , és mindkettő kisebb $(n+1)$ -nél. Nemnegatív számokról lévén szó $\frac{x}{k+1} \leq \frac{x}{k}$, így pontosan akkor lesz $\left[\frac{x}{k}\right] = \left[\frac{x}{k+1}\right] = n$, ha $n \leq \frac{x}{k+1}$ és $\frac{x}{k} < n+1$.

$n \leq \frac{x}{k+1}$ pontosan akkor teljesül, ha $n(k+1) \leq x$. Hasonlóan, $\frac{x}{k} < n+1$ akkor teljesül, ha $x < k(n+1)$, azaz – mivel x egész – $k(n+1) - 1 \geq x$.

Így $\left[\frac{x}{k}\right] = \left[\frac{x}{k+1}\right] = n$ szükséges és elégséges feltétele

$$n(k+1) \leq x \leq k(n+1) - 1.$$

Ennek az $n(k+1)$ -től $k(n+1) - 1$ -ig terjedő egész számok a megoldásai, így

$$(k(n+1) - 1) - n(k+1) + 1 = k - n$$

megoldás van.

Végül számoljuk össze, hogy ez összesen hány megoldást jelent. Az n legalább 0 és kisebb mint k . Az $n = 0$ -ra k megoldás van, $n = 1$ -re $k - 1$, ..., végül $n = (k - 2)$ -re 2, $n = (k - 1)$ -re pedig 1 megoldás adódik; így összességében a megoldások száma 1-től k -ig az egész számok összege, vagyis $\frac{k(k+1)}{2}$.