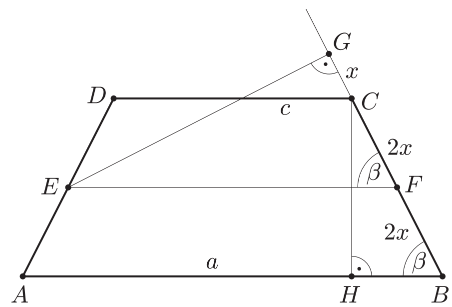
Megoldás. A feladat szövegéből következik, hogy az E és F pontok rendre az AD, illetve a BC szár felezőpontjai, továbbá az AB alap hosszabb, mint a CD alap. Ezért választhatjuk úgy a jelölést, hogy $a > c$ teljesüljön.



A szárak hossza legyen $4x$, ekkor $FG = 3x$ és $CG = x$. Legyen a C csúcsnak az AB alapra eső merőleges vetülete H, és vezessük be a $CH = m$ és $ABC\sphericalangle = \beta$ jelöléseket.

A trapéz középvonalának hossza $EF = \dfrac{a+c}{2}$, a szimmetria miatt pedig $BH = \dfrac{a-c}{2}$. Az EFG és CBH derékszögű háromszögek hasonlóak, mert $EFG\sphericalangle = \beta$. Ezért a két háromszög megfelelő oldalainak aránya is megegyezik, tehát $\dfrac{EF}{FG} = \dfrac{CB}{BH}$, azaz $FG \cdot CB = EF \cdot BH$, amiből kapjuk, hogy

$$3x \cdot 4x = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{a-c}{2}, \quad \text{vagyis} \quad x^2 = \frac{a^2-c^2}{48}.$$

A CHB derékszögű háromszögben Pitagorasz tétele szerint

$$m^2 = (4x)^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2,$$

vagyis

$$m = \sqrt{\frac{a^2-c^2}{3} - \frac{(a-c)^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2+6ac-7c^2}{12}}.$$

Tehát a trapéz területe

$$T = \frac{a+c}{2} \cdot m = \frac{a+c}{2} \cdot \sqrt{\frac{a^2+6ac-7c^2}{12}}.$$