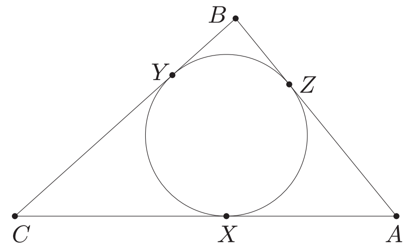
Megoldás. Az ACP háromszögről pontosan akkor beszélhetünk, ha P nem illeszkedik az e egyenesre, ezért a továbbiakban ezt feltesszük.

Érintse az ACP háromszög beírt köre az AC, CP és PA oldalakat rendre az X, Y és Z pontokban (*1. ábra*).



1. ábra

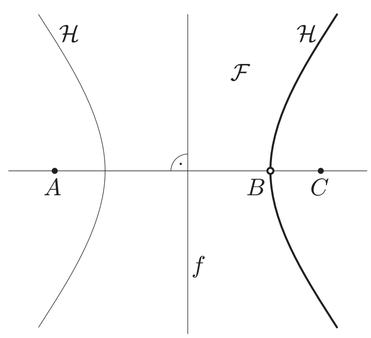
A háromszög mindhárom csúcsára igaz, hogy az onnan a beírt körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő hosszú, ezért

$$AX - CX = AZ - CY = (AZ + ZP) - (CY + YP) = AP - CP.$$

Ha az X pont A-ból indulva befutja az AC szakaszt, akkor az $AX - CX$ különbség szigorúan monoton nő, ezért $AX - CX = AB - CB$ akkor és csak akkor teljesül, ha $X = B$. Tehát az ACP háromszög beírt köre pontosan akkor érinti az e egyenest a B pontban, ha $AP - CP = AB - CB$ teljesül.

Ha $AB = CB$, azaz ha B az AC szakasz felezőpontja, akkor $AP = CP$, vagyis ekkor a keresett mértani hely az AC szakasz f felező merőlegese, kivéve a B pontot.

Ha $AB \neq CB$, akkor az $AP - CP = AB - CB$ feltételből következik, hogy B és P az f által meghatározott két félsík közül ugyanabba az $\mathcal{F}$ félsíkba esik. Tudjuk, hogy azon P pontok mértani helye a síkon, amelyekre $|AP - CP| = |AB - CB|$, egy olyan $\mathcal{H}$ hiperbola, amelynek fókuszai A és C, valós tengelyének hossza pedig $|AB - CB|$ (*2. ábra*).



2. ábra

A keresett mértani helyet tehát ebben az esetben úgy kapjuk, hogy a $\mathcal{H}$ hiperbola $\mathcal{F}$ félsíkba eső hiperbolaágából elhagyjuk annak e-vel közös részét, vagyis a B pontot.