

Megoldás. Egy adott számrendszerben azokat a számokat írják le Gumiországbán, amelyek túl nagyok ahhoz, hogy eggyel kisebb számrendszerben le lehessen őket írni legfeljebb négy számjeggyel, de ebben a számrendszerben elég a leírásukhoz négy számjegy. Tehát n alapú számrendszerben azokat az x egész számokat írják, amelyekre $(n-1)^4 - 1 < x < n^4$ teljesül, azaz (mivel 1-es számrendszer nincs, és 10-essel már le lehet írni minden gumiszámot), az adott alapú számrendszerek a következő számokat írják le:

2-es: 0–15;

3-as: 16–80;

4-es: 81–255;

5-ös: 256–624;

6-os: 625–1295;

7-es: 1296–2400;

8-as: 2401–4095;

9-es: 4096–6560;

10-es: 6561–9999.

Háromjegyű gumiszámok egy adott, n alapú számrendszerben csak olyanok lehetnek, amelyek értéke legalább n^2 , nagyobbak mint $(n-1)^4 - 1$, és kisebbek n^3 -nál. $(n-1)^4$ hamar nagyobb lesz n^2 -nél, de ezután nem sokkal $(n^3 - 1)$ -nél is, tehát nincs sok háromjegyű gumiszám. Nézzük meg, milyen számokat írunk az adott alapú számrendszerekben háromjegyű gumiszámmal:

2-es: 4–7;

3-as: 16–26.

Az $n = 4$ -re már $81 > 63$, tehát már négyes számrendszerű háromjegyű gumiszám sincs. Csak azt kell tehát vizsgálnunk, hogy van-e azonos felírású a maréknyi 2-es alapú és néhány 3-as alapú közt. Egyszerűen írjuk fel a kettes alapúakat, és nézzük meg, van-e olyan a hármas alapúak közt.

$4 = 100_2$;

$5 = 101_2$;

$6 = 110_2$;

$7 = 111_2$.

Ezek hármas számrendszerben:

$100_3 = 9$;

$101_3 = 10$;

$110_3 = 12$;

$111_3 = 13$.

Egyikük sem esik 16 és 26 közé, így ezek nem gumiszámok hármas számrendszerben. Nincs tehát olyan háromjegyű gumiszám, ami több értéket is viselne.