

Megoldás. Vezessük be a következő jelöléseket: $p = 6841$, $q = 9973$, ahol p és q prímszámok. Eszerint:

$$\frac{px-1}{q} + \frac{qy-1}{p} = z.$$

Hozzuk közös nevezőre a bal oldali két törtet:

$$\frac{p(px-1) + q(qy-1)}{pq} = z.$$

Mivel z egész, a bal oldalon is egész szám van, így a számláló biztosan osztható p -vel. Mivel $p(px-1)$ osztható p -vel, így $q(qy-1)$ is. Viszont $(p; q) = 1$, ezért $p \mid (qy-1)$. Ekkor $p \mid (px + qy - 1)$ is igaz. Ugyanígy belátható, hogy $q \mid (px-1)$, amiből $q \mid (px + qy - 1)$ is igaz. Ezekből viszont következik, hogy $pq \mid (px + qy - 1)$, hiszen $(p; q) = 1$.

A pq osztó nem lehet nagyobb, mint a $px + qy - 1$ többszörös:

$$px + qy - 1 \geq pq \implies px + qy > pq.$$

Osztva pq -val:

$$\frac{x}{q} + \frac{y}{p} = \frac{x}{9973} + \frac{y}{6841} > 1.$$

Ezzel az állítást igazoltuk, és azt is beláttuk, hogy bármilyen két különböző p és q prímszám esetén fennáll.