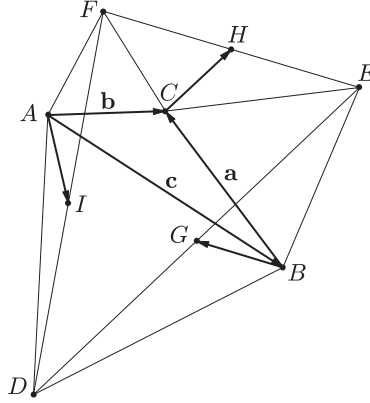


Megoldás. A feladatot vektorok bevezetésével oldjuk meg. Irányítsuk a vektorokat a következőképpen: $\overrightarrow{AB} = \mathbf{c}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, továbbá e két vektorral $\overrightarrow{BC} = \mathbf{a} = \mathbf{b} - \mathbf{c}$. Egy tetszőleges $\mathbf{v}$ vektor 60° -os elforgatottját $\mathbf{v}_{+60^\circ}$ vagy $\mathbf{v}_{-60^\circ}$ jelölje aszerint, hogy pozitív vagy negatív irányban forgattuk el 60° -kal. A 60° -os forgatásokból következik, hogy tetszőleges síkbeli $\mathbf{v}$ vektorra $\mathbf{v}_{+60^\circ} + \mathbf{v}_{-60^\circ} = \mathbf{v}$, ezt a tényt a megoldás során többször is felhasználjuk.

Most írjuk fel a feladatban szereplő szakaszok vektorait az előbbieket figyelembevételével:



$$\overrightarrow{BG} = \frac{\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BD}}{2} = \frac{\mathbf{a}_{-60^\circ} - \mathbf{c}_{+60^\circ}}{2} = \frac{(\mathbf{b} - \mathbf{c})_{-60^\circ} - \mathbf{c}_{+60^\circ}}{2} = \frac{\mathbf{b}_{-60^\circ} - \mathbf{c}}{2}.$$

Most a következő elforgatásokra támaszkodunk:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CE} &= \overrightarrow{CB}_{+60^\circ} = (\mathbf{c} - \mathbf{b})_{+60^\circ}; & \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{CA}_{-60^\circ} = (-\mathbf{b})_{-60^\circ}, \\ \overrightarrow{CH} &= \frac{\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF}}{2} = \frac{(\mathbf{c} - \mathbf{b})_{+60^\circ} - \mathbf{b}_{-60^\circ}}{2} = \frac{\mathbf{c}_{+60^\circ} - \mathbf{b}}{2}.\end{aligned}$$

Végül az $\overrightarrow{AI}$ vektort írjuk fel a választott alapvektorok elforgatottjainak segítségével:

$$\overrightarrow{AI} = \frac{\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AD}}{2} = \frac{\mathbf{b}_{+60^\circ} + \mathbf{c}_{-60^\circ}}{2}.$$

Forgassuk el az $\overrightarrow{AI}$ vektort pozitív irányba 120° -kal. Ekkor a $\mathbf{b}_{+60^\circ}$ vektorból $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektort kapjuk. (Egy vektor összesen 180° -os elforgatottja az ellentettje.) Hasonlóan a $\mathbf{c}_{-60^\circ}$ vektorból $\mathbf{c}_{+60^\circ}$ vektort kapunk. Tehát az $\overrightarrow{AI}$ vektor $+120^\circ$ -os elforgatottja éppen a $\overrightarrow{CH}$ vektor. Hasonlóan azonnal adódik, hogy az $\overrightarrow{AI}$ vektor negatív irányú 120° -os elforgatottja a $\overrightarrow{BG}$ vektor, hiszen a $\mathbf{b}_{+60^\circ}$ elforgatottja $\mathbf{b}_{-60^\circ}$, míg a $\mathbf{c}_{-60^\circ}$ elforgatottja $-\mathbf{c}$ vektor.

A három vektor egymás elforgatottja, a hosszuk megegyezik. Azt is látjuk, hogy a vektorokat egymás után fűzve egy szabályos háromszöget kapunk.