

Megoldás. Mivel $2n + 1$ és $3n + 1$ négyzetszámok, létezik két pozitív egész szám, a és b úgy, hogy $2n + 1 = a^2$ és $3n + 1 = b^2$. Észrevesszük, hogy

$$5n + 3 = 4(2n + 1) - (3n + 1) = 4a^2 - b^2 = (2a - b)(2a + b).$$

A tényezők közül $2a + b$ nyilván nagyobb, mint 1. Tételezzük fel, hogy $2a - b = 1$. Akkor $2a = b + 1$, ahonnan $4a^2 = b^2 + 2b + 1$. Beírva az eredeti feltételeket:

$$8n + 4 = 4a^2 = 3n + 1 + 2b + 1.$$

Ezt rendezve, négyzetre emelve és ismét felhasználva b eredeti felírását

$$5n + 2 = 2b,$$

$$25n^2 + 20n + 4 = 4b^2 = 12n + 4,$$

$$25n^2 + 8n = 0.$$

A másodfokú egyenlet gyökei $n = 0$ és $n = -\frac{8}{25}$. Mivel az n pozitív egész szám, ellentmondásra jutottunk, tehát $2a - b \neq 1$, az $5n + 3$ összetett szám.