

A bal oldali kifejezés mindkét tagja pozitív, így alkalmazhatjuk a számtani és mértani közép-re vonatkozó összefüggést:

$$\begin{aligned} 1 &= 16^{x^2+y} + 16^{y^2+x} \geq 2 \cdot \sqrt{16^{x^2+y} \cdot 16^{y^2+x}} = 2 \cdot \sqrt{16^{x^2+y+y^2+x}} = \\ &= 2 \cdot 4^{x^2+y+y^2+x} = A, \end{aligned}$$

$$x^2 + y + y^2 + x = x^2 + x + \frac{1}{4} + y^2 + y + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}.$$

Ezt felhasználva:

$$A = 2 \cdot 4^{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}} \geq 2 \cdot 4^{-\frac{1}{2}} = 1.$$

Látszik, hogy az egyenlőség pontosan akkor áll fenn,

ha $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$, azaz $x = -\frac{1}{2}$ és $y = -\frac{1}{2}$, ami valóban megoldása az egyenletnek:

$$16^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}} + 16^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}} = 2 \cdot 16^{-\frac{1}{4}} = \frac{2}{\sqrt[4]{16}} = \frac{2}{2} = 1.$$