

Megoldás. Legyen $r = \frac{p}{q}$ racionális szám, ahol p és q egymáshoz relatív prímelek.

Ekkor a feladat szerint

$$r^r = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p}{q}} = \frac{a}{b}$$

is racionális szám, ahol a és b szintén relatív prímelek. Rendezéssel:

$$\left(\frac{p}{q}\right)^p = \left(\frac{a}{b}\right)^q, \quad p^p b^q = a^q q^p.$$

Ám ez a és b , valamint p és q relatív-prím tulajdonsága miatt csak $p^p = a^q$ és $b^q = q^p$ mellett teljesülhet. Az utóbbi szerint q^p -ben minden kitevő osztható q -val, de akkor ugyanez q -ra is fennáll: $q = c^q$, alkalmas c pozitív egésszel. Ha itt $c > 1$, akkor $q = c^q \geq 2^q > q$, ami ellentmondás; tehát $c = 1$, ezért $q = 1$, azaz $r = \frac{p}{q}$ valóban egész szám.