

- (1) Az n helyébe 0 -t írva $f(m) \mid f(m) - f(0)$, így $f(m) \mid f(0)$ minden m -re.
- (2) m helyébe 0 -t írva $f(-n) \mid f(0) - f(n)$, innen (1) miatt $f(-n) \mid f(n)$ minden n -re;
- (3) és itt n helyébe $-n$ -et írva $f(n) \mid f(-n)$, de mivel $f(n)$ és $f(-n)$ is pozitív egész, azért $f(n) = f(-n)$ minden n -re.

A bizonyítandó állítás lényegében az, hogy f értékkészletének bármely két eleme közül egyik osztója a másiknak. Legyenek a és b tetszőleges egészek, ekkor m helyébe a -t, n helyébe b -t írva $f(a - b) \mid f(a) - f(b)$, illetve m helyébe a -t, n helyébe $(a - b)$ -t írva $f(a - (a - b)) = f(b) \mid f(a) - f(a - b)$, végül m helyébe $(b - a)$ -t, n helyébe b -t írva $f((b - a) - b) = f(-a) \mid f(b - a) - f(-b)$. (3) felhasználásával ezek azt adják, hogy az $f(a)$, $f(b)$ és $f(a - b)$ pozitív egészek közül bármely kettő különbsége osztja a harmadikat. Ha az x , y , z pozitív egészek közül bármely kettő különbsége osztja a harmadikat és például x az egyik legnagyobb közülük, akkor $-x \leq -z < y - z < y \leq x$, de így mivel $x \mid (y - z)$, azért $y - z = 0$, $y = z$ és ekkor $y \mid (z - x)$ -ből $y = z \mid x$ adódik, így ekkor x , y és z közül bárhogy választunk kettőt, egyikük osztani fogja a másikat. Ezt az $f(a)$, $f(b)$, $f(a - b)$ hármasból $f(a)$ -t és $f(b)$ -t választva alkalmazva adódik a feladat állítása, hiszen a és b tetszőleges egészek voltak.