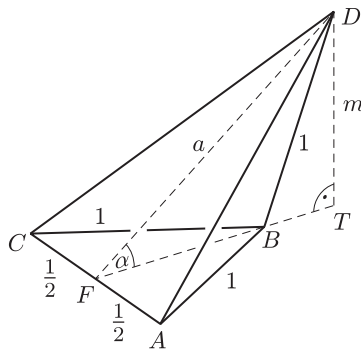


Megoldás. Használjuk az *ábra* jelöléseit. Tudjuk, hogy az ABC szabályos háromszögben $FB = \frac{\sqrt{3}}{2}$, az AD és a CD eredetileg a szabályos ötszög átlója volt, így a hosszuk $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.



1. ábra

Az AFD derékszögű háromszögből:

$$\begin{aligned} a^2 &= \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2, \\ a^2 &= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5+2\sqrt{5}}{4}, \\ a &= \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}}. \end{aligned}$$

Az FBD háromszögből:

$$\begin{aligned} 1^2 &= \frac{5+2\sqrt{5}}{4} + \frac{3}{4} - 2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha, \\ \frac{2+\sqrt{5}}{2} &= 2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha, \\ 2+\sqrt{5} &= \sqrt{15+6\sqrt{5}} \cdot \cos \alpha, \\ \cos \alpha &= \frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{15+6\sqrt{5}}}. \end{aligned}$$

$$\text{Így} \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{15}} = \frac{m}{\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{4}}},$$

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\left(\frac{10-2\sqrt{5}}{15} \right) \left(\frac{5+2\sqrt{5}}{4} \right)} = \sqrt{\frac{50+20\sqrt{5}-10\sqrt{5}-20}{60}} = \\ &= \sqrt{\frac{30+10\sqrt{5}}{60}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{6}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{12}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{3 \cdot 4}} = \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6}, \\ V &= \frac{T_{ABC} \cdot m}{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{6}}{3} = \frac{1+\sqrt{5}}{24}. \end{aligned}$$

A gúla térfogata: $\frac{1+\sqrt{5}}{24}$.