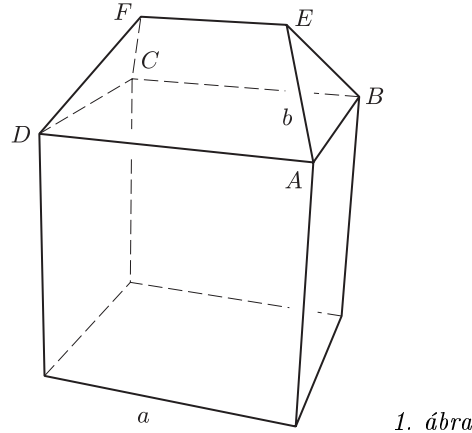


**Megoldás.** A kocka éle legyen  $a$  hosszúságú, a tető éle pedig  $b$  hosszúságú. A tető éleinek végpontjai az 1. ábra szerint legyenek  $A, B, C, D, E$  és  $F$ .

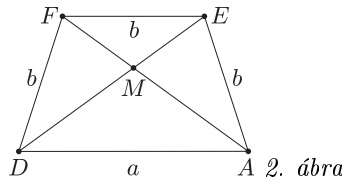


1. ábra

Az  $EBA$ ,  $EBCF$  és  $EFDA$  oldallapok szomszédosak, ezért síkjaik páronként ugyanakkora szöget zárnak be. A három sík metszésvonalai is páronként egyenlő szögeket zárnak be, továbbá mindegyik  $E$ -ből induló él  $b$  hosszúságú. Ezek alapján az  $ABF$  háromszög (és ugyanilyen okból az  $ECD$  háromszög is) szabályos. Az  $AEFD$  és  $BCFE$  szimmetrikus trapézok átlói és hosszabbik alapja  $a$ , rövidebbik alapja és szárai  $b$  hosszúságúak.

Nézzük a háztetőt alkotó két szimmetrikus trapéz egyikét, legyenek ennek csúcsai  $A, E, F$  és  $D$ . A trapéz átlóinak behúzásával keletkező egyenlőszárú háromszögek szögeire az ábra alapján

$$\angle MAD = \angle MDA = \angle MEF = \angle MFE = \angle MDF = \angle FAE = \alpha.$$



2. ábra

Most kihasználva, hogy  $AD = AF = a$  látjuk, hogy  $\angle DFM = \angle FDA = 2\alpha$ . Az  $ADF$  és  $FDM$  háromszögek tehát egyenlő szárúak és hasonlók, és az oldalak arányára nézve  $FM : FD = FD : AF$ . Ez pontosan azt jelenti, hogy  $(a - b) : b = b : a$ . Beszorozva és rendezve

$$a^2 - ab = b^2.$$

Most nullára rendezve és  $a^2$ -tel osztva a  $\frac{b}{a}$  arányra kapunk másodfokú egyenletet. Ennek pozitív gyöke a nevezetes aránymetszés aránya:

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

*Megjegyzés.* Ilyen háztetőt kapunk akkor, ha egy szabályos dodekaédernek egy élet kiválasztva, az él csúcsaival szomszédos további négy csúcs által meghatározott négyzet síkjával elmetsszük a dodekaédert.

Tóth Tekla dolgozata alapján