

I. megoldás. Jelöljük a külső fémgömb sugarát R -rel, töltését Q -val, a belső fémgolyó sugarát pedig r -rel.

Tekintsük először azt az esetet, amikor a belső golyó nincs földelve. Ekkor a potenciálja megegyezik a külső gömb potenciáljával:

$$U_r = U_R = k \frac{Q}{R},$$

hiszen a külső elektromos tér megegyezik egy Q nagyságú ponttöltés terével, a fémgömbön belül pedig nulla a térerősség, a potenciál tehát itt mindenhol ugyanakkora.

Nézzük most azt az esetet, amikor a belső golyón Q^* töltés van, a külső gömb pedig töltetlen. Ekkor a belső golyó potenciálja

$$U_r^* = k \frac{Q^*}{r},$$

a külső fémgömbé pedig

$$U_R^* = k \frac{Q^*}{R}.$$

Ha mindkét fémen töltés található, akkor a fenti két eset együttesével (szuperpozíciójával) számolhatunk, amelyet a töltések, illetve a potenciálok összegzésével kaphatunk meg. Ha a belső golyó földelve van, akkor a potenciálja nulla, tehát

$$U_r + U_r^* = k \frac{Q}{R} + k \frac{Q^*}{r} = 0, \quad \text{ahonnan} \quad Q^* = -\frac{r}{R}Q,$$

a külső gömb (eredő) potenciálja pedig

$$U = U_R + U_R^* = k \frac{Q}{R} + k \frac{Q^*}{R} = k \frac{Q}{R} \left(1 - \frac{r}{R}\right) = 225 \text{ V}.$$

II. megoldás. Egy gömbkondenzátor kapacitása

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

ahol R_1 a belső, R_2 pedig a külső gömb sugara.

A feladatban szereplő elrendezés egyenértékű egy $R_1 = 0,1$ m és $R_2 = 0,2$ m sugarú gömbkondenzátor, valamint egy $R_1 = 0,2$ m és $R_2 \gg R_1$ sugarú gömbkondenzátor párhuzamos kapcsolásával. Az egyik kondenzátort a fémgolyó és a fémgömb belső felülete, a másikat a fémgömb külső felülete és a „végtelen távoli” földelés valósítja meg. A kondenzátorok fegyverzeteit a hosszú vezeték, illetve a fémgömb anyaga köti össze, ezek valósítják meg a párhuzamos kapcsolást.

A megadott adatokkal mindkét kondenzátor kapacitása $22,2$ pF, párhuzamos eredőjük tehát $44,4$ pF-os. Így a külső fémgömb potenciálja (a földeléshez képest)

$$U = \frac{10^{-8} \text{ C}}{4,44 \cdot 10^{-11} \text{ F}} = 225 \text{ V}.$$

Megjegyzés. Sok megoldó elkövette azt a hibát, hogy a külső fémgömböt és a belső fémgolyót egyszerűen egy gömbkondenzátornak tekintette, $+Q$ és $-Q$ töltéssel. Ha ez így lenne, akkor a nagyobb gömbön kívül (a nulla össztöltés miatt) nem alakulna ki elektromos tér, tehát a fémgömb is nulla potenciálú kellene, hogy legyen. Másrészt a fémgömb és a fémgolyó közötti elektromos tér miatt a fémgolyó nem lehet ugyancsak nulla potenciálú, pedig nyilvánvalóan az, hiszen leföldeltük. Ez az ellentmondás mutatja, hogy hibás a feltevés; a belső fémgolyó töltése nem lehet ugyanakkora nagyságú, mint a külső fémgömbé.