

Megoldás. a) Tekintsünk a két folyamatban a buborékok azonos V térfogatához tartozó pillanatokat. Attól, hogy a szívószál átmérője kétszer akkora lett, a kiáramló levegő sebessége nem változik. $A = d^2\pi/4$ felületen v sebesség mellett kicsiny Δt idő alatt $\Delta V = Av\Delta t$ térfogatú levegő távozik. Így $(2d)^2\pi/4 = 4A$ felületen $\Delta t/4$ idő alatt ömlik ki ugyanennyi.

Ha mindkét esetben videofelvételt készítünk a buborékok leeresztéséről, majd a $2d$ átmérőjű szívószálhoz tartozó felvételt negyedére lassítva játsszuk le, akkor azon is ugyanazt fogjuk látni, mint az első videón. Hiszen az első felvételen Δt idő alatt ömlik ki ΔV térfogatú levegő, a második videó lejátszásakor a Δt idő a valóságban $\Delta t/4$ időnek felel meg, így ott is ΔV térfogatú levegő távozik. A térfogatok tehát a két felvételen ugyanolyan ütemben csökkennek, így a két felvétel lejátszásakor a leeresztési idők is megegyeznek.

Ha a d átmérőjű szívószálon $t = 8$ másodpercig tart a leeresztés, akkor a $2d$ átmérőjű csövön keresztül a lassított felvételen is 8 másodpercig fog tartani, ami a valóságban $t/4 = 2$ másodpercnek felel meg.

b) Egy r sugarú, α felületi feszültségű buborék belsejében a túlnyomás (a buborék falának mindkét oldalát és a gömbfelület „kétfele irányú” görbületét is figyelembe véve)

$$\Delta p = \frac{4\alpha}{r}.$$

A Bunsen-féle kiömlési törvény szerint ϱ sűrűségű gáz

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\varrho}}$$

sebességgel áramlik ki a rövid csövön. (A Bunsen-törvény azt fejezi ki, hogy a kiáramló gázon végzett munka csak a mozgási energiát növeli, a belső sűrűdés nem számottevő.) Eszerint állandó ϱ és α mellett a sebesség a sugar $\left(-\frac{1}{2}\right)$ -ik hatványával arányos:

$$v \sim r^{-1/2}.$$

Vegyünk a D és $2D$ átmérőjű buborékok leeresztésének folyamatában V és $8V$ térfogatoknak megfelelő pillanatokat. Ekkor a nagyobb (2-es jelű) buborék sugara a kisebb (1-es jelű) buborék sugarának kétszerese, így a nagyobbikból kiáramló levegő sebessége $1/\sqrt{2}$ -ször kisebb, mint a kisebb buborékból távozó levegő sebessége:

$$v_2 = v_1/\sqrt{2}.$$

Mennyi idő alatt lesz a 2-es buborék relatív térfogatcsökkenése ugyanakkora, mint amennyi a kisebb buborék relatív térfogatváltozása Δt_1 idő alatt? Mivel a kiáramló levegő mindkét esetben ugyanakkora A keresztmetszetű csövön távozik, fennáll

$$-\frac{\Delta V_1}{V_1} = \frac{Av_1\Delta t_1}{V_1} = -\frac{\Delta V_2}{V_2} = \frac{Av_2\Delta t_2}{V_2},$$

ahonnan

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{v_1}{v_2} = 8\sqrt{2}.$$

Ha megint alkalmazzuk a filMLEASSÍTÁS trükkjét, vagyis a nagyobb buborék leeresztéséről készült felvételt $8\sqrt{2}$ -szörösen lelassítva játsszuk le, a két buborék méretének relatív csökkenését minden pillanatban ugyanakkorának látjuk, így a teljes leeresztésük ideje is ugyanannyi lesz.

A valóságban (valós időben mérve) a nagyobb méretű buborék mérete

$$T_2 = 8\sqrt{2}T_1 \approx 90 \text{ s}$$

idő alatt fog nullára csökkenni.