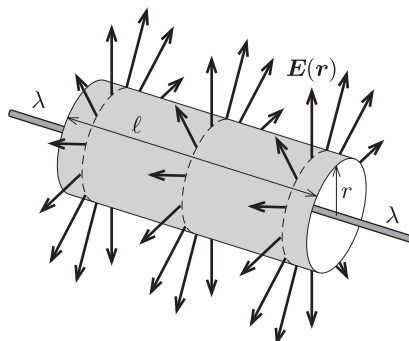


I. megoldás. Tekintsünk egy igen hosszú („végtelennek” tekinthető), egyenletesen töltött szigetelő szálát. Ha az egységnyi hosszra jutó töltést (a vonalmenti töltéssűrűséget) λ -val jelöljük, akkor a száltól r távolságban

$$(1) \quad E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

nagyságú, a szádra merőlegesen „kifelé mutató” elektromos térerősség alakul ki. Ezt a képletet például a Gauss-törvényből kaphatjuk meg, ha azt az 1. ábrán látható henger felületére alkalmazzuk:

$$(2) \quad E(r) \cdot 2\pi r \ell = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}.$$



1. ábra

Vajon milyen erőteret (vagy erőtereket) észlel az a mozgó megfigyelő, aki v_0 nagyságú sebességgel mozog a szállal párhuzamosan? Ha ez a megfigyelő a száltól r távolságban lévő P pont kis környezetében vizsgálódik, ott az (1)-nek megfelelő (a P pont kis környezetében homogénnek tekinthető) elektromos mező mellett mágneses mezőt is észlel, hiszen a hozzá képest v_0 sebességgel mozgó, elektromosan töltött szál $I = \lambda v_0$ nagyságú áramerősséget jelent. A mágneses indukció nagysága a P pontban

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = \mu_0 \frac{\lambda v_0}{2\pi r},$$

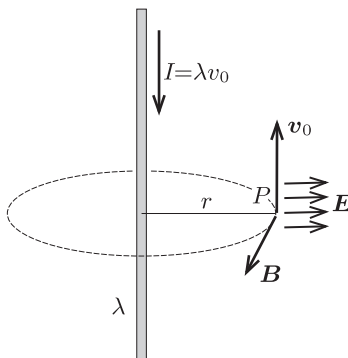
amit (1) alapján az elektromos térerősséggel is ki lehet fejezni:

$$B = \mu_0 \epsilon_0 E v_0.$$

A mozgó megfigyelő által észlelt mágneses mező $\mathbf{E}$ -re is és $\mathbf{v}_0$ -ra is merőleges (2. ábra), és az előjeleket, valamint a jobbkéz-szabályt és a is figyelembe véve így írható:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{c^2} \mathbf{v}_0 \times \mathbf{E}(\mathbf{r}),$$

ahol $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ a fénysebesség vákuumban.

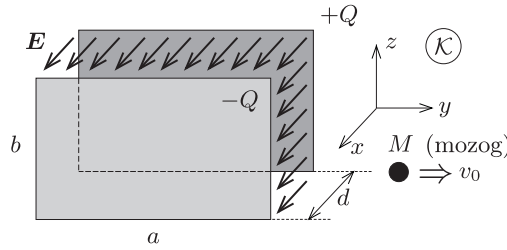


2. ábra

II. megoldás. Homogén elektromos mezőt például egy feltöltött síkkondenzátorral hozhatunk létre. A kondenzátor téglalap alakú lemezeinek oldalélei legyenek a és b , távolságuk pedig a lemezek méreténél sokkal kisebb d (3. ábra). Abban a $\mathcal{K}$ koordináta-rendszerben, amelyhez képest a $\pm Q$ töltésű kondenzátor áll, csak elektromos mező észlelhető, ennek nagysága

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 ab}.$$

Mágneses mező – mivel nem folynak áramok – nincs jelen, $B \equiv 0$.

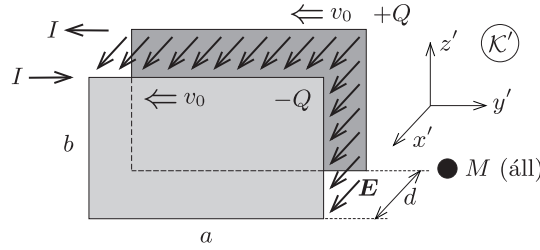


3. ábra

Haladjon egy „mozgó” megfigyelő (M) a síkkondenzátor lemezeinek a hosszúságú oldalélével párhuzamosan (az y tengely irányában), v_0 nagyságú sebességgel. Ez a megfigyelő azt látja, hogy a saját K' vonatkoztatási rendszerében a töltött lemezek v_0 sebességgel mozognak a negatív y' tengely irányában (4. ábra), ezek a lemezek tehát $\pm I$ erősségű áramokat „képviselek”. Mivel a megfigyelő mellett $t_0 = a/v_0$ idő alatt halad el $\pm Q$ töltés, az áramerősség nagysága

$$I = \frac{Q}{t_0} = \frac{Qv_0}{a}.$$

Ezek az áramok a lemezek közötti térrészben homogénnek tekinthető mágneses mezőt hoznak létre, kívül pedig elhanyagolható lesz a mágneses indukció nagysága. (Ezt a síkkondenzátor vagy a szolenoid terének meghatározásánál alkalmazni szokott érveléssel, a szimmetriára való hivatkozással láthatjuk be.)



4. ábra

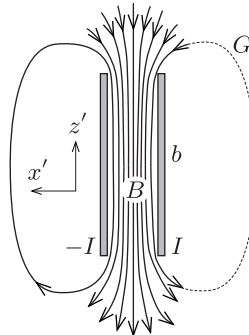
A kondenzátor belsejében kialakuló $\mathbf{B}$ mágneses indukcióvektor iránya a b hosszúságú oldaléllel párhuzamos (a negatív z' tengely irányába mutat), tehát $\mathbf{v}$ -re és $\mathbf{E}$ -re merőleges, nagysága pedig (az 5. ábrán látható G görbére alkalmazott Ampère-féle gerjesztési törvény szerint)

$$B = \frac{\mu_0 I}{b} = \frac{\mu_0 Q v_0}{ab} = \mu_0 \epsilon_0 v_0 E = \frac{1}{c^2} v_0 E.$$

A vektorok irányát és a jobbkezes-szabályt is figyelembe véve a mozgó megfigyelő által észlelt mágneses mező

$$\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2} \mathbf{v}_0 \times \mathbf{E}$$

alakban adható meg.



5. ábra

Megjegyzés. A megoldásban szereplő képletek csak $v_0 \ll c$ esetben, vagyis a fénysebességhez képest lassú mozgásokra érvényesek. A pontosabb „relativisztikus” formulákban $\sqrt{1 - (v_0/c)^2}$ -es faktorok is megjelennek, ezeket azonban a lassú (nem-relativisztikus) mozgásoknál 1-gyel helyettesíthetjük. Látszólag következtetlenül járunk el, amikor a levezetett képlet szerinti mágneses mezőt nem tekintjük nullának, jóllehet abban is megjelent egy $1/c^2$ -es faktor. Itt azonban nem két (nagyságrendileg különböző) tag összegéről, hanem egyetlen tag szorzótényezőjéről van szó, amelyről – viszonyítási alap nélkül – önmagában nem állíthatjuk, hogy kicsi vagy nagy lenne. Ha a mozgás által „indukált” mágneses mező mellett van más, nála sokkal erősebb mágneses mező, akkor a feladatban számolt mágneses hatás természetesen elhanyagolható, ilyen hiányában azonban bármilyen kicsiny (az elektromos mezőből származó) B indukció lényeges szerepet kaphat.