

Megoldás. Ábrázoljuk a folyamatot a $p - V$ diagramon! Jelöljük a gáz térfogatát az n -edik lépés előtt V_n -nel, nyomását p_n -nel, az n -edik lépés utáni állapotjelzőket pedig V_{n+1} -gyel és p_{n+1} -gyel!

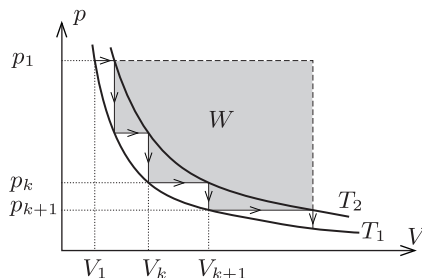
A gáz munkája a k -adik lépésben

$$W_k^{\text{gáz}} = p_k (V_{k+1} - V_k),$$

a külső légköri nyomás munkája pedig

$$W_k^{\text{légkör}} = p_1 (V_{k+1} - V_k).$$

A külső erő munkája és gáz által végzett munka együtt a külső légköri nyomás



munkájával egyenlő, így a dugattyút tartó erő munkája a k -adik lépésben

$$W_k = W_k^{\text{légkör}} - W_k^{\text{gáz}} = (p_1 - p_k)(V_{k+1} - V_k).$$

Ezen munkák összege az *ábrán* sötétebben jelölt W területtel egyezik meg.

Az izobár szakaszokon felírható Gay-Lussac I. törvénye:

$$\frac{V_k}{T_1} = \frac{V_{k+1}}{T_2}, \quad \text{azaz} \quad V_{k+1} = \frac{T_2}{T_1} V_k.$$

A térfogat tehát mértani sorozat szerint nő, k lépés után az értéke

$$V_{k+1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k V_1,$$

a nyomás pedig hasonló megfontolással:

$$p_{k+1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^k p_1.$$

Helyettesítsük a fenti kifejezéseket a gáz munkájának képletébe:

$$\begin{aligned} W_k^{\text{gáz}} &= \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{k-1} p_1 \cdot \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k - \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{k-1} \right] V_1 = \\ &= p_1 V_1 \left[\frac{T_1^{k-1} T_2^k}{T_2^{k-1} T_1^k} - \frac{T_1^{k-1} T_2^{k-1}}{T_2^{k-1} T_1^{k-1}} \right] = p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right). \end{aligned}$$

Tehát a gáz minden lépésben *ugyanannyi* munkát végez.

A külső levegő összes munkája:

$$W^{\text{légkör}} = \sum_{k=1}^n p_1 (V_{k+1} - V_k) = p_1 (V_{n+1} - V_1) = p_1 V_1 \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^n - 1 \right],$$

a gáz teljes munkavégzése:

$$W^{\text{gáz}} = \sum_{k=1}^n W_k^{\text{gáz}} = n p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right),$$

a dugattyút tartó (változó nagyságú) erő kérdezett munkája pedig

$$W = W^{\text{légkör}} - W^{\text{gáz}} = p_1 V_1 \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^n - 1 - n \frac{T_2}{T_1} + n \right].$$