Megoldás. Mielőtt a csövet belehelyeznénk a centrifugagépbe, a higanyszál mindkét oldalán a nyomás egyenlő, így a rá ható erők is egyenlők. A higanyszál két oldalán lévő nyomás megegyezik H magasságú higany hidrosztatikai nyomásával, tehát $p = \rho g H$, (ρ a higany sűrűsége). Így a higanyszálra ható erők: $F = A\rho g H$, ahol A a cső keresztmetszete. Mivel a hőmérséklet állandó, ezért a Boyle–Mariotte-törvény alapján pV is állandó!

A vékony csövet most belehelyezzük a centrifugagépbe, és lassan növekvő fordulatszámmal megforgatjuk. Legyen a higanyszál elmozdulása x, amikor a szögsebesség ω (*1. ábra*)! Ekkor a higanyszálra mind jobb, mind bal oldalról hat erő. A gáztörvény alapján:

$$\rho g H \ell = p_1(\ell - x),$$

ahonnan

$$p_1 = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x},$$

és így az F_1 erő:

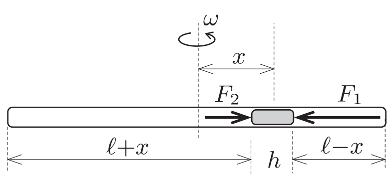
$$F_1 = p_1 A = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x} A.$$

Hasonlóan számolható a másik oldalon ható nyomás és erő is:

$$P_2 = \frac{\rho g H \ell}{\ell + x},$$

ebből adódóan

$$F_2 = p_2 A = \frac{\rho g H \ell}{\ell + x} A.$$



1. ábra

A higanyszál forgómozgást végez, ennek a feltétele, hogy a higanyszálra ható erők eredője a centripetális erő. A centripetális erő számolhatjuk úgy, mintha a higany teljes tömege a szál középpontjában helyezkedne el. (Ezt csak azért tehetjük meg, mert a higanyszál egyes darabkáinak forgómozgásához szükséges centripetális erő a tengelytől mért távolsággal arányosan változik, tehát helyettesíthető az átlagértékével.) A teljes centripetális erő:

$$F_{\mathrm{cp}} = m x \omega^2 = h A \rho x \omega^2,$$

így a szál mozgásegyenlete:

$$F_{\mathrm{cp}} = F_1 - F_2,$$

vagyis

$$h A \rho x \omega^2 = \frac{\rho g H \ell}{\ell - x} A - \frac{\rho g H \ell}{\ell + x} A.$$

Ez egyszerűbb alakra is hozható:

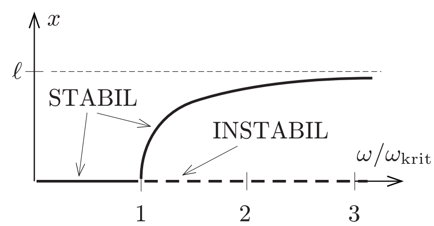
$$x\left(1 - \frac{2gH}{h\ell}\,\frac{1}{\omega^2} - \frac{x^2}{\ell^2}\right) = 0.$$

Ennek az egyenletnek az egyik lehetséges megoldása $x = 0$, a másik pedig

$$x = \ell\sqrt{1 - \frac{\omega_{\mathrm{krit}}^2}{\omega^2}},$$

ahol $\omega_{\mathrm{krit}} = \sqrt{\frac{2gH}{\ell h}}$ azt a legkisebb („kritikus") szögsebességet jelöli, amelynél még a gyök alatt álló kifejezés nem negatív.

Ha $\omega < \omega_{\mathrm{krit}}$, akkor a higanyszál csak a szimmetrikus ($x = 0$) helyzetben lehet, és ez az állapot kis zavarokkal szemben nyilván *stabil.* Ha viszont $\omega > \omega_{\mathrm{krit}}$, akkor megjelenik egy másik, aszimmetrikus helyzetnek megfelelő megoldás is, amelyről belátható, hogy stabil forgási állapotot ír le, míg az $x = 0$ megoldás ebben a szögsebesség-tartományban instabillá válik (*2. ábra*).



2. ábra

Megjegyzés. Több versenyző is azzal a lehetőséggel számolt, hogy a higanyszál – elegendően gyors forgásnál – középen két részre szakad. Ez valóban bekövetkezhet, ha a forgás hatására a higanyszál belsejében a nyomás nullára csökken. Ilyenkor a szál szétszakad, a két része között vákuum (vagy ami ezzel gyakorlatilag egyenértékű: telített higanygőz) lesz, és a higanydarabka forgómozgásához szükséges erőt az egyik oldalon levő levegő nyomása biztosítja. A szétszakadás akkor következik be, ha $\omega > \sqrt{8gH}/h$, ez pedig $h > 4\ell$ esetén hamarabb áll elő, mint a fenti megoldásban számított kritikus szögsebesség.