

Megoldás. A csomag egyenletes mozgatásához szükséges F erő megegyezik az egyes asztallapoknál ható súrlódási erők összegével. Az asztalokra ható nyomóerők a csomag x elmozdulása után

$$N_1 = mg \frac{\ell - x}{\ell}, \quad \text{illetve} \quad N_2 = mg \frac{x}{\ell}.$$

Az ezeknek megfelelő súrlódási erők:

$$S_1 = \mu_1 N_1, \quad \text{illetve} \quad S_2 = \mu_2 N_2,$$

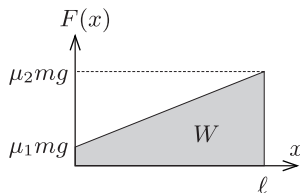
az eredőjük pedig

$$F(x) = S_1 + S_2 = mg \frac{\ell - x}{\ell} \mu_1 + mg \frac{x}{\ell} \mu_2.$$

Mivel az erő az útnak lineáris függvénye (ℓ úton egyenletesen változik $\mu_1 mg$ és $\mu_2 mg$ -ig), a végzett munkát számolhatjuk az átlagerő segítségével:

$$W = \frac{F_{\min} + F_{\max}}{2} \ell = mg \ell \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \approx 35,3 \text{ J}.$$

Ugyanezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy az $F(x)$ függvény görbe alatti területét, vagyis az *ábrán* látható trapéz területének nagyságát számoljuk ki.



Megjegyzések. 1. A megoldás során hallgatólagosan kihasználtuk, hogy a csomag *lapos*, vagyis a magassága sokkal kisebb ℓ -nél. Ha ez a feltétel nem teljesülne, és a csomagot az asztallapok síkjánál magasabban ható erővel húznánk, akkor F -nek és a súrlódási erőknek eredő forgatónyomatéka alakulna ki. Emiatt megváltozna a nyomóerők aránya, és a megoldás végeredménye is más lenne.

2. Azt a feltételt is figyelembe vettük, hogy a csomag súlya egyenletesen oszlik el a súrlódó felületek mentén. Érdekes módon akkor is a fenti végeredményt kapjuk, ha a csomag nem egyenletesen, hanem csak a két szélén (pl. egy-egy lécen keresztül) nehezedik az asztalokra. A probléma tetszőleges súlyeloszlás mellett is tárgyalható és megoldható (lásd a **P. 4630.** számú, ebben a hónapban kitűzött feladatot).