

Megoldás. A rúd mozgása közben az áramkörben feszültség indukálódik: $U = Bvy$, ahol v a rúd pillanatnyi sebessége, y pedig a rúdnak a vezető szálak között levő hossza. Ez utóbbi kifejezhető a rúd középpontjának az A ponttól mért x távolságával:

$$y = 2x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

A rúd hosszegységeként r ellenállású, tehát a zárt áramkör teljes ellenállása: $R = ry$. Ohm törvénye szerint a körben folyó áram pillanatnyi értéke:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Bvy}{ry} = \frac{Bv}{r}.$$

Az áramjárta, mozgásban levő rúdra a mágneses tér $F = BIy$ nagyságú erőt fejt ki, ami Lenz törvénye alapján a mozgást akadályozni fogja. A dinamika alapegyenlete:

$$ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -BIy = -\frac{B^2vy}{r} = -\frac{2B^2x \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

amit (kihasználva, hogy kicsiny változásoknál $\Delta x^2 = 2x\Delta x$)

$$\Delta \left(mv + \frac{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} x^2 \right) = 0$$

alakban is felírhatunk. Ez annyit jelent, hogy a fenti zárójeles kifejezés időben nem változik, értéke állandó, s az állandó nagyságát a kezdőfeltétel rögzíti:

$$mv + \frac{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} x^2 = \text{állandó} = mv_0 + \frac{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} x_0^2.$$

Ugyanez érvényes a megállásnál is $v = 0$ és $x = x_{\max}$ adatokkal:

$$mv_0 + \frac{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} x_0^2 = \frac{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{r} x_{\max}^2,$$

ahonnan a keresett távolság:

$$x_{\max} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0 r}{B^2 \operatorname{tg}(\alpha/2)}}.$$

Megjegyzés. A megállásig megtett út véges, az ehhez szükséges idő viszont – a feladatban leírt idealizált feltételek teljesülése esetén – *végtelen nagy!* A mozgásegyenlet elemzéséből kiderül, hogy a rúd sebessége (a radioaktív bomlástörvényhez hasonlóan) exponenciális ütemben csökken, és tetszőlegesen hosszú idő múlva is kicsiny, de véges (nullától különböző) érték. Természetesen kicsi sebességeknél már a súrlódás is szerepet játszik a rúd fékeződésében, tehát – reális körülmények között – a rúd véges idő alatt megáll.

(G. P.)