

Megoldás. Jelöljük az úrhajós egyensúlyi helyzetéből a tetraéder csúcspontjaiba mutató vektorokat $\mathbf{r}^{(1)}$ -gyel, $\mathbf{r}^{(2)}$ -vel, $\mathbf{r}^{(3)}$ -mal és $\mathbf{r}^{(4)}$ -gyel! (A sorszámozás kövesse a rugóállandók sorszámát!)

Mivel a rugók nyújtatlan hossza elhanyagolható, a hosszuk egyúttal a megnyúlásuk, a bennük ébredő erő tehát

$$\mathbf{F}^{(i)} = D_i \cdot \mathbf{r}^{(i)}, \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Az úrhajósra ható eredő erő (a súlytalanság állapotában):

$$(1) \quad \sum_{i=1}^4 \mathbf{F}^{(i)} = \sum_{i=1}^4 D_i \cdot \mathbf{r}^{(i)} = 0,$$

hiszen az egyensúlyi helyzettől mértük fel a rugókat jellemző vektorokat. (Az egyensúlyi helyzet a rugóállandók különböző nagysága miatt *nem* esik egybe a tetraéder középpontjával.)

Térítsük ki az úrhajóst az egyensúlyi helyzetéből valamekkora $\mathbf{r}$ vektorral! Ebben a helyzetben az úrhajóstól a rögzítési pontokba mutató (tehát a rugók egyik végétől a másikig mutató) vektorok $\mathbf{r}^{(i)} - \mathbf{r}$ módon adhatók meg, az eredő erő tehát:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= D_1(\mathbf{r}^{(1)} - \mathbf{r}) + D_2(\mathbf{r}^{(2)} - \mathbf{r}) + D_3(\mathbf{r}^{(3)} - \mathbf{r}) + D_4(\mathbf{r}^{(4)} - \mathbf{r}) = \\ &= \left(\sum_{i=1}^4 D_i \cdot \mathbf{r}^{(i)} \right) - (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) \mathbf{r}. \end{aligned}$$

Az utolsó sor első összege (1) miatt elhagyható, s így a kitérített úrhajós mozgásegyenlete:

$$(2) \quad m\mathbf{a} = -D\mathbf{r},$$

ahol $D = 1100 \text{ N/m}$ a négy rugóállandó összege.

A mozgásegyenlet – a kitérítés irányától és nagyságától függetlenül – a harmonikus rezgőmozgás egyenlete, a rezgés periódusideje tehát

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 1,58 \text{ s}.$$

Megjegyzések. 1. A megoldás során nem használtuk fel, hogy a rögzítési pontok egy szabályos tetraéder csúcsai. Más elrendezéseknél is ugyanerre az eredményre jutottunk volna.

2. A rezgésidő tetszőleges számú rugó esetén is ugyanígy számolható, természetesen ilyenkor D az összes rugóállandó összege.

3. A leírt megoldás akkor is érvényben marad, ha földi körülmények között vizsgáljuk a test rezgéseit. A gravitáció hatására csak az egyensúlyi helyzet változik meg, a rezgésidő nem.

4. *Sárvári Péter* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 12. évf.) megmutatta, hogy ha a rugók feszítetlen hossza nem hanyagolható el, akkor a test mozgása csak kis kitérések esetén lesz harmonikus rezgőmozgás, és a rezgésidő általában függ a kitérítés irányától.