

Megoldás. Az elektromos erőtér az elrendezés szimmetriája miatt gömbszimmetrikus. Számítsuk ki az elektromos térerősség nagyságát a gömb középpontjától mért r távolság függvényében, ábrázoljuk azt, és olvassuk le, hogy hol lesz az a megadott két érték.

Három tartományt kell megkülönböztetnünk:

$$I.) \quad r < r_1; \qquad II.) \quad r_1 < r < r_2; \qquad III.) \quad r_2 < r.$$

I.) A gömbhéj belső sugarán belül *nulla* a térerősség, hiszen a szigetelőn a töltések eloszlása egyenletes. (Ez a Gauss-törvényből is közvetlenül adódik: bármely $r < r_1$ sugarú gömbön áthaladó elektromos fluxus nulla, tehát a gömbszimmetrikus erőtér is nulla kell legyen ebben a térrészben.)

III.) A külső térrészben is egyszerű a térerősség meghatározása, mert itt a gömbhéj relatív dielektromos állandója nem játszik szerepet. Az erőtér olyan, mintha az összes

$$Q = \frac{4(r_2^3 - r_1^3)\pi}{3} \rho = 1,94 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

töltés a gömbhéj középpontjában lenne:

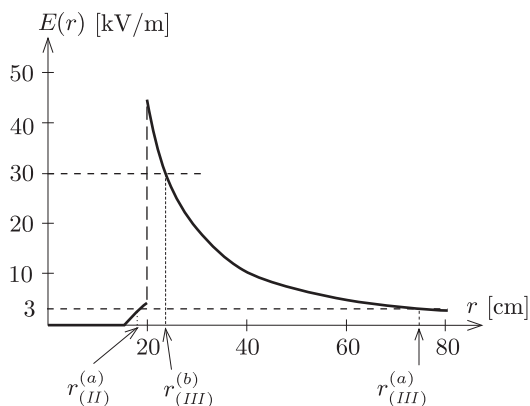
$$E(r) = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

II.) A gömbhéj belsejében már egy kicsit nehezebb az $E(r)$ térerősség meghatározása. Mivel a töltés eloszlása gömbszimmetrikus, az r távolságon kívül elhelyezkedő töltések hatása kioltja egymást, ezért ezekkel a töltésekkel nem kell foglalkoznunk. A többi, összesen

$$q(r) = \frac{4(r^3 - r_1^3)\pi}{3} \rho$$

nagyságú töltés tere vákuumban olyan lenne, mintha valamennyien a gömb középpontjában helyezkednének el; azonban a közeg polarizálhatósága miatt az elektromos térerősség a vákuumbeli értéknek csupán $\frac{1}{\epsilon_r}$ -szerese:

$$E(r) = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{q(r)}{r^2}.$$



A vázlatos *ábra* az elektromos térerősség nagyságát mutatja a középponttól mért távolság függvényében. Erről leolvashatjuk, hogy a megadott feltétel az *a*) esetben két helyen, $r_{(II)}^{(a)} = 18$ cm és $r_{(III)}^{(a)} = 76$ cm távolságnál teljesül, míg a *b*)-ben megadott térerősség csak egyetlen esetben, a gömbhéj középpontjától kb. $r_{(III)}^{(b)} = 24$ cm távolságnál valósul meg.

Megjegyzés. Az ábráról az is leolvasható, hogy az elektromos térerősség *nem* folytonos függvénye r -nek, a gömbhéj külső felületénél $E(r)$ -nek „ugrása” van. Ez a szakadás (a Gauss-törvény értelmében) azt jelzi, hogy a gömbhéj felületére töltések (ún. *polarizációs töltések*) kerültek. A gömbhéj belső felületénél ugyanez a jelenség azért nem lép fel, mert ott az elektromos térerősség nulla.