Megoldás. A vezetők ellenállása elhanyagolható, ezért mindkét szál felülete lényegében ekvipotenciális lesz, és a potenciálkülönbség közöttük U. A vezetők között elektromos és mágneses tér alakul ki, az ezekből származó erőhatásokat akarjuk kiszámítani.

Az egyik vezető szál felületén pozitív, a másikon pedig negatív töltések halmozódnak fel, felületegységenként $+\sigma$ és $-\sigma$. Az általuk keltett elektromos mezőt külön-külön számoljuk egy-egy vezetőre, majd az erőterek szuperpozícióját képezzük. Ha csak egyetlen töltött szálunk lenne, annak elektromos erőtere nyilván hengerszimmetrikus és a szál tengelyétől r távolságra

$$E(r)=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$

nagyságú volna. Ezt a Gauss-féle fluxustörvény alapján láthatjuk be, ha azt egy r sugarú, L hosszúságú, a szálat koncentrikusan körülvevő hengerre írjuk fel:

$$E\cdot 2\pi r\,L=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot Ld\pi\cdot\sigma.$$

Innen $E(r)$-t kifejezve valóban a fentebb megadott $1/r$-es távolságfüggésű térerősség adódik.

Egyetlen szál elektromos erőtere a két vezető között $U/2$ potenciálkülönbséget kell adjon, hiszen a két szál együttes erőtere hozza létre a telep feszültségének megfelelő U-t. A feszültség és a térerősség kapcsolata:

$$\frac{U}{2}=\sum_{r=d/2}^{D}E(r)\Delta r=\int_{r=d/2}^{D}E(r)\,\mathrm{d}r=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\int_{r=d/2}^{D}\frac{1}{r}\,\mathrm{d}r.$$

Az integrál értéke (a függvénytáblázatban megtalálható matematikai képletek alapján, vagy pl. a gázok izotermikus tágulásánál végzett munka analóg képletének felhasználásával):

$$\int_a^b\frac{1}{r}\,\mathrm{d}r=\ln\frac{b}{a},$$

ahonnan

$$\frac{U}{2}=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\ln\frac{2D}{d},$$

tehát a szálak felületi töltéssűrűsége:

$$\sigma=\frac{\varepsilon_0 U}{d\ln 100}.$$

A szálak között ható elektromos vonzóerő az egyik szál által a másik szál helyén létrehozott (átlagos) elektromos térerősség és a másik szál töltésének szorzata:

$$F_{\text{elektromos}}=E(r=D)\cdot Q=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{D}\cdot\sigma d\pi L=\frac{\varepsilon_0\pi LU^2}{2D\cdot(\ln 100)^2}.$$

A mágneses erő a vezetőkben folyó, I erősségű áram mágneses teréből származik:

$$F_{\text{mágneses}}=BIL=\frac{\mu_0 I}{2\pi D}\,IL=\frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{L}{D}\,\frac{U^2}{R^2}.$$

(Az utolsó lépésnél kihasználtuk az $I=U/R$ Ohm-törvényt; R a keresett terhelő ellenállás.)

A megadott feltétel szerint $F_{\text{elektromos}}=F_{\text{mágneses}}$, vagyis

$$\frac{\varepsilon_0\pi LU^2}{2D\cdot(\ln 100)^2}=\frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{L}{D}\,\frac{U^2}{R^2},$$

ahonnan

$$R=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\ln 100=553\ \Omega.$$

Ekkora terhelés esetén lesz egyenlő nagyságú az ellentétes töltések vonzóereje és az ellentétes irányban folyó áramok taszítóereje.

Megjegyzés. Érdekes, hogy R *nem függ* sem a vezeték hosszától, sem a telep feszültségétől, és még a $D/d\gg 1$ arány is csak logaritmikusan (tehát egy lassan változó függvény argumentumában) fordul elő a képletében. R nagyságrendjét az univerzális $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\approx 377\ \Omega$ mennyiség határozza meg, amit szokás hullámimpedanciának, vagy más néven a *vákuum inpedanciájának* nevezni.