

**Megoldás.** A Nap luminozitása ( $L$ ) a Napból egységnyi idő alatt kiáramló fény összes energiáját adja meg. Ebből az energiából időegységenként

$$P = L \frac{r^2 \pi}{4R^2 \pi} = \frac{L}{4} \frac{r^2}{R^2}$$

jut a golyóra, ahol  $r$  a golyó sugarát,  $R$  pedig a Naptól mért távolságát jelöli.

Tételezzük fel, hogy az alumíniumgolyó mindenfajta sugárzást elnyel, tehát feketetestként viselkedik. (Ez a valószínűságbiztosan nem teljesül, de mivel a feladat nem pontos számítást, csupán becslést kér, feltevésünk közelítésként elfogadható.)

Jelöljük a golyóhoz valamekkora  $\Delta t$  idő alatt érkező fotonok számát  $\Delta N$ -nel, a fotonok átlagos energiáját  $\varepsilon$ -nal, impulzusukat pedig  $p$ -vel. Ismert, hogy a fotonokra  $\varepsilon = pc$ , ahol  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s a vákuumbeli fénysebesség. A golyó által elnyelt fényteljesítmény kifejezhető a fotonok számával, azok  $\Delta I$  lendületével is:

$$P = \frac{\Delta N \cdot \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\Delta N \cdot p}{\Delta t} c = \frac{\Delta I}{\Delta t} c.$$

Másrészt a beérkező fotonok lendületének időegységre jutó változása éppen az általuk kifejtett  $F$  erővel egyenlő:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{P}{c} = \frac{L}{4c} \frac{r^2}{R^2}.$$

Ez az erő (az ún. fénynyomásból származó erő) a Nappal ellentétes irányú és – a tömegvonzási erőhöz hasonlóan – az  $R$  távolság négyzetével fordítottan arányos.

Az alumíniumgolyó akkor maradhat nyugalomban, ha a rá ható erők eredője nulla:

$$\frac{L}{4c} \frac{r^2}{R^2} - \gamma \frac{Mm}{R^2} = 0,$$

ahol  $m = \frac{4r^3 \pi}{3} \rho_{\text{Al}}$  a golyó tömege,  $M$  pedig a Nap tömege.

Az egyensúly feltétele tehát akkor teljesül, ha

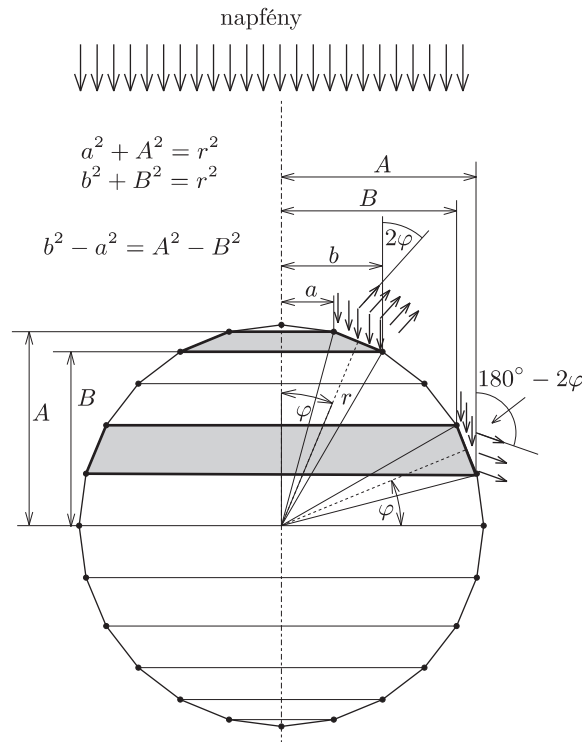
$$\frac{L}{4c} r^2 = \gamma M \frac{4r^3 \pi}{3} \rho_{\text{Al}},$$

ahol  $r$  a golyó sugara

$$r = \frac{3L}{16 \pi c \gamma M \rho_{\text{Al}}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0,2 \text{ mikron}.$$

Ekkora alumíniumgolyócska a Naprendszerben *bárhol* nyugalomban maradhat (vagy akár egyenes vonalú, egyenletes mozgással átszelheti azt), amennyiben a környező égitestek gravitációs hatása valóban elhanyagolható.

*Megjegyzések.* 1. Megmutatjuk, hogy a fény nyomásából származó erő tükröző, sőt, még részlegesen tükröző felület esetén is ugyanakkora, mintha a golyó teljesen fekete lenne, tehát a fenti számolás – a geometriai optika keretei között – tulajdonképpen pontosnak is tekinthető.



Vizsgáljunk először egy tökéletesen tükröző gömbfelületet. A felületre eső fotonok különböző irányokba verődnek vissza, lendületváltozásuk tehát (látszólag) csak bonyolult számítással határozható meg. Megmutatjuk, hogy nem ez a helyzet, mert elemi úton belátható: a visszaverődő fény által „elvitt” összes lendület *nulla*.

Tekintsünk egy  $r$  sugarú körbe írható szabályos  $8n$ -szöget (az *ábrán*  $8n = 24$ ), és forgassuk meg ezt az alakzatot két szemközti csúcsa körül. Közelítsük a tükröző gömbfelületet az így nyert, csonkakúp-palástokból álló, ugyancsak tükröző felülettel. A közelítés tetszőlegesen pontossá tehető, ha  $n \gg 1$ . A számítások megkönnyítése érdekében ez a tengely essen egybe a golyó-Nap tengellyel.

Az egyes csonkakúp-palástokra időegységenként érkező fotonok száma arányos a felületeknek a fény terjedési irányára merőleges vetületével. Vizsgáljuk meg a sokszög azon két oldalélét, amelyek a beeső fénnyel  $\varphi$  és  $90^\circ - \varphi$  szöget zárnak be. A nekik megfelelő (az *ábrán* szürkével jelölt) felületekre eső fotonok száma megegyezik, hiszen a merőleges vetületük (egy-egy körgyűrű) területe  $A^2\pi - B^2\pi$ , illetve  $b^2\pi - a^2\pi$ . Ezek viszont (a megfelelő derékszögű háromszögekre felírható Pitagorasz-tételből következően) egyforma nagyságúak. A tükröződő fény fotonjai által elvitt lendület mindegyik csonkakúp-paláston (a forgásszimmetria miatt) nyilván csak a beeső fény irányába mutató vektor lehet, de ezek összege is az *ábrán* jelölt két felületre nulla, hiszen a távozó fotonok iránya szimmetrikus a gömb „egyenlítőjének” síkjára.

A tükröződő fotonok tehát összességében nem visznek el lendületet, éppen úgy, mint egy fekete testnél, amely a rá eső fényt teljes mértékben elnyeli. Emiatt a fény által kifejtett erő is ugyanakkora, mint amekkora a tökéletesen fekete testnél lenne.

A fényes alumínium a ráeső fény 15-20 százalékát elnyeli, a többit visszaveri. Mivel sem az elnyelt, sem a visszavert fény (összességében) nem visz el lendületet, a kiszámított fénynyomás hatása nem függ a felület fényvisszaverő képességétől.

2. Eddigi megfontolásainkban feltételeztük, hogy a nagyobb méretű alumíniumgolyókhoz hasonlóan egészen kicsi fémgömbökre is alkalmazhatjuk a geometriai optika módszereivel számolt fényszórás törvényeit. Ez a valóságban nem igaz, mivel a feladat során meghatározott nagyságú golyó már a *kolloid* mérettartományba esik, ahol más szórási törvények érvényesek. A részecske sugaránál nagyobb, vagy azzal összemérhető hullámhosszú fotonok esetében (a hullámhossztól függően) az ún. *Tyndall*-, *Mie*-, vagy *Rayleigh-szórás* jelensége lép fel. Ezeknél a fotonok jelentős része az eredeti haladási irányban szóródik tovább, így a fénynyomás a számított értéknél kisebb erőt fejt ki a részecskére. Emiatt az a valóságban a fentebb számítottnál kisebb méretű kell legyen, hogy nagyobb fajlagos felszínnel rendelkezzen. Ez azt jelenti, hogy még kisebb hullámhosszak esetén maradnak érvényesek a geometriai optikai szórás törvényei. A kolloid részecskék mérete és a látható fény fotonjainak hullámhossza összemérhető, a kapott részecske átmérőjének hossza ennek a tartománynak is az ibolya vége felé található. Mivel a Nap esetében az ultraibolya tartomány felé haladva az egyes hullámhosszakra jutó fényteltjesítmény értéke meredeken, majdnem a nulláig csökken, lehetséges, hogy nem is alakulhat ki egyensúlyi helyzet a fénynyomás és a gravitáció között.