Megoldás. *a*) A sétahajó negyedóra alatt

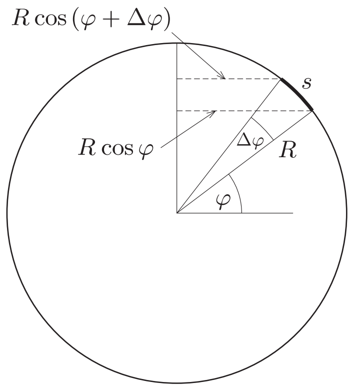
$$s = vt = 18\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{1\ \mathrm{h}}{4} = 4{,}5\ \mathrm{km}$$

utat tesz meg. A hosszúsági körök ívei egyenlő hosszúak, így különbség csak a nyugat-keleti és kelet-nyugati ívek hosszában lesz.

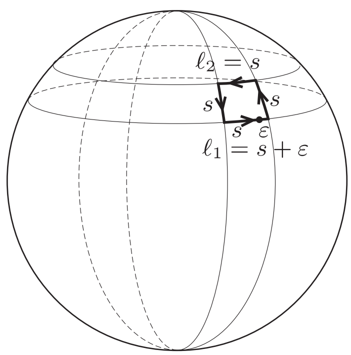
Siófok az északi szélesség $\varphi = 46{,}91°$-án található. Egy délkör hossza közelítőleg 40 000 km; a 4,5 km-es észak-dél irányú elmozdulás tehát

$$\Delta\varphi = \frac{4{,}5}{40\ 000} \cdot 360° \approx 0{,}04°$$

változást jelent a szélességi koordinátában (*1. ábra*).



1. ábra



2. ábra

Azonos délkörök közötti, de különböző szélességi köríveken történő elmozdulások hosszának aránya (lásd a *2. ábrát*):

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{R\cos\varphi}{R\cos(\varphi + \Delta\varphi)} = \frac{\cos 46{,}91°}{\cos 46{,}95°} = 1{,}000\ 75.$$

Az északabbra eső kelet-nyugat irányú elmozdulás ívének hossza ismert: $\ell_2 = s = 4,5$ km, ebből kiszámítható, hogy a délebbre eső ív hossza $\ell_1 = 4503{,}4$ méter lenne. Ha a hajó körbeért volna, éppen ekkora távolságot kellett volna megtennie. Mivel csak 4500 métert tett meg kelet felé, az út végén $\varepsilon = \ell_1 - \ell_2 \approx 3{,}4$ méternyire került a kiindulási helyétől, *nyugatra.*

Megjegyzés. Az ε távolság összemérhető a sétahajó méreteivel, így a kezdeti és a végső helyzet távolsága csak a hajó valamely kitüntetett, az irányváltoztatás során el nem mozduló pontjára értelmezhető.

b) A Földhöz képes mozgó testek súlyának megváltozását az inerciarendszerhez viszonyított $\boldsymbol{a}$ gyorsulás megváltozásával magyarázhatjuk. A Newton-féle mozgásegyenlet szerint:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{g}} + \boldsymbol{K} = m\boldsymbol{a},$$

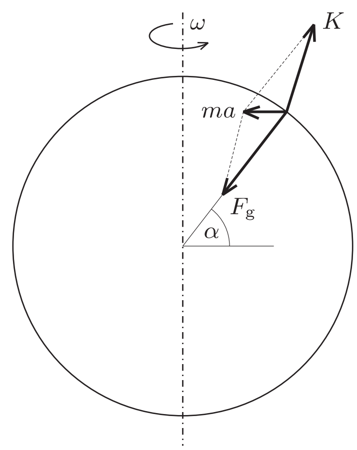
ahol $\boldsymbol{F}_{\mathrm{g}}$ a testre ható gravitációs erő, $\boldsymbol{K}$ pedig az alátámasztást biztosító kényszererő (jelen esetben ez a Balaton vizének felhajtóereje).

A test súlya – megállapodás szerint – a kényszererő nagyságával egyenlő:

$$G = |\boldsymbol{K}| = |\boldsymbol{F}_{\mathrm{g}} - m\boldsymbol{a}|,$$

ami egy α szélességi körön kelet felé v sebességgel mozgó, m tömegű test estén így számolható (lásd a *3. ábrát*):

$$G = \sqrt{(F_{\mathrm{g}}\sin\alpha)^2 + (F_{\mathrm{g}}\cos\alpha - ma)^2}.$$



3. ábra

A test sebessége inerciarendszerben a Föld forgásából adódó $R\omega\cos\alpha$ kerületi sebesség és v előjeles összege, pályasugara $r = R\cos\alpha$, gyorsulása tehát

$$a = \frac{(R\omega\cos\alpha + v)^2}{r}.$$

Az Egyenlítő hossza kb. $K = 40\ 075$ km. Siófok szélességi körének kerülete (ha a Föld alakjának a gömbtől való eltérését nem vesszük figyelembe):

$$K_1 = K\cos 46{,}91° = 27\ 377\ \mathrm{km},$$

az ennek megfelelő sugár pedig

$$r_1 = \frac{K_1}{2\pi} = 4357{,}2\ \mathrm{km}.$$

Az $T = 24$ h periódusidővel forgó Föld kerületi sebessége ezen a helyen

$$V_1 = \frac{K_1}{T} = \frac{27\ 377\ \mathrm{km}}{86\ 400\ \mathrm{s}} = 316{,}86\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A kelet felé haladó hajó sebessége hozzáadódik a Föld felszínének (ugyancsak kelet felé mutató) sebességéhez, nagysága tehát

$$v_1 = V_1 + v = 316{,}86\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 321{,}86\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

a test centripetális gyorsulása pedig

$$a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = 0{,}023\ 77\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Ezeket az értékeket ($m = 50\ 000$ kg és $\alpha = 46{,}91°$ adatokat is kihasználva) a súlyt megadó képletbe helyettesítve

$$G_1 = 489\ 688\ \mathrm{N}$$

adódik.

Ismételjük meg a számolást a Siófoktól északra, attól 5 km távolságban húzódó szélességi kör mentén nyugat felé mozgó, tehát $v = -5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességű hajóra! A szélességi kör kerülete

$$K_2 = K\cos 46{,}95° = 27\ 356\ \mathrm{km},$$

a megfelelő sugár

$$r_2 = \frac{K_2}{2\pi} = 4353{,}9\ \mathrm{km},$$

a Föld felszínének kerületi sebessége ezen a helyen

$$V_2 = \frac{K_2}{T} = 316{,}62\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

a hajó sebessége (inerciarendszerben, kelet felé)

$$v_2 = 316{,}62\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 311{,}62\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

centripetális gyorsulása tehát

$$a_2 = \frac{v_2^2}{r_2} = 0{,}022\ 30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A hajó súlya ebben az esetben

$$G_2 = 489\,740 \text{ N}.$$

Látható, hogy a kelet felé haladó hajó súlya mintegy 52 N-nal kisebb, mint az ugyanekkora sebességgel nyugati irányban mozgó hajóé.

Megjegyzések. 1. A megoldásban a gravitációs erőt az $F_\mathrm{g} = mg$ képlet alapján, a szokásos $g = 9{,}81\ \mathrm{m/\,s^2}$ értékkel számoltuk, jóllehet ez a mennyiség már tartalmazza a Föld forgásából adódó kicsiny korrekciót. Eljárásunk mégis helyes, mert a súlykülönbség számításánál a gravitációs erőnek megfelelő legnagyobb tag kiesik, nem lényeges tehát, ha azt kicsit „pontatlanul” számoljuk.

2. A Föld alakja ténylegesen eltér a gömbtől, emiatt a hajó súlya még akkor is különböző lenne két különböző szélességi kör mentén, ha a sétahajó a vízhez képest nem mozogna. Ez a különbség azonban lényegesen kisebb, mint a feladatban számolt (a hajó mozgásából adódó) érték.

3. *Eötvös Loránd* (1848–1919) magyarázta meg és mutatta ki kísérletileg is, hogy a Földön kelet felé mozgó testek súlya kisebb, mint a nyugat felé mozgóké. Tiszteletére ezt a jelenséget *Eötvös-effektusnak* nevezik.