

Megoldás. Válasszunk – az egyszerűség kedvéért – olyan mértékegységrendszert, amelyben a fénysebesség $c = 1$ és a kérdéses részecske tömege is egységnyi: $m_0 = 1$.

A fénysebesség 80 százalékával mozgó részecske teljes energiája

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{5}{3},$$

amiből a nyugalmi energia (a választott, kényelmes egységrendszerben) 1, így a mozgási energia $\frac{2}{3}$.

Ha a mozgási energia megkétszereződik, értéke $\frac{4}{3}$, a teljes energia pedig $\frac{7}{3}$ lesz. A teljes energia kiszámítható, mint $\frac{1}{\sqrt{1-v'^2}}$, ahol v' a részecske új sebessége. A két kifejezést egyenlővé téve

$$\frac{7}{3} = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}}, \quad \text{ahonnan} \quad v' = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{40}{49}} \approx 0,90.$$

A részecske tehát a fénysebesség kb. 90 százalékára gyorsul fel.

Megjegyzések. 1. Ha a részecske mozgási energiáját további lépésekben (pl. egy ciklotronban) mindig ugyanannyival növeljük, a részecske sebessége rendre a fénysebesség 94, 96, 97, ... százaléka lesz. Látszik, hogy a fénysebesség közelében egyre nehezebb tovább gyorsítani a részecskéket.

2. Több versenyző – tévesen – úgy gondolta, hogy az energia relativisztikus számolási módja csak annyiban különbözik a klasszikus (Newton-féle) számolástól, hogy az

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

képletben az m tömeg helyébe $m/\sqrt{1-v^2/c^2}$ -et írunk. Ez azonban nem igaz! A helyes összefüggés:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$