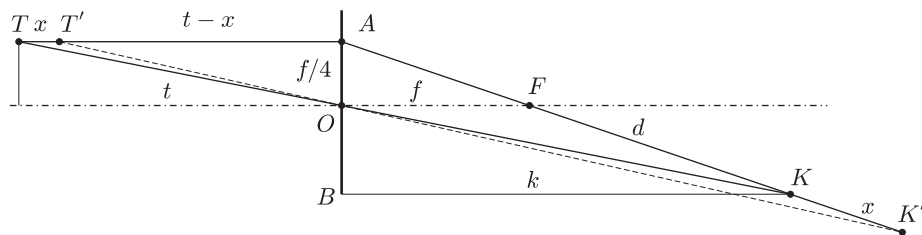


Megoldás. Az 1. ábra a T pontban levő fényforrás K képének kialakulását mutatja két nevezetes sugármenet segítségével. (A jobb áttekinthetőség kedvéért az ábrát az optikai tengelyre merőleges irányban megnyújtottuk, ez azonban a szerkesztéseket nem rontja el.)



A lencsetörvény szerint

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f},$$

azaz

$$(1) \quad k = \frac{tf}{t-f}.$$

A OAF és BAK háromszögek hasonlósága miatt a BA szakasz hossza $k/4$, és így – Pitagorasz tétele szerint – a K képpont távolsága A -tól:

$$d = AK = \sqrt{k^2 + \left(\frac{k}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{4}k,$$

ami (1) felhasználásával így is írható:

$$(2) \quad d = \frac{\sqrt{17}}{4} \frac{tf}{t-f}.$$

Az optikai tengellyel párhuzamos TA egyenes mentén mozgó tárgy képe az AF egyenesen fog mozogni. Ha a tárgy a mozgása során egy rövid idő alatt T -ből T' -be kerül, a képe ugyanezen időtartam alatt K -ból K' -be érkezik. Ha a fényforrás sebessége és a képének sebessége megegyezik, akkor $TT' = KK' = x$ elmozdulásoknak is meg kell egyeznie. Eszerint a (2) egyenlőségnek úgy is teljesülnie kell, ha t helyébe $t-x$ -et, d helyébe pedig $d+x$ -et írunk, amennyiben $x \ll t$ és $x \ll d$. Fennáll tehát:

$$(3) \quad d+x = \frac{\sqrt{17}}{4} \frac{(t-x)f}{t-x-f}.$$

Algebrai átalakítások után (2) és (3) így írható:

$$(2') \quad 4(td - fd) = \sqrt{17}tf,$$

$$(3') \quad 4(td + xt - xd - x^2 - fd - xf) = \sqrt{17}(tf - xf).$$

Képezzük a (2') és (3') egyenletek különbségét:

$$4(d+x+f-t)x = \sqrt{17}xf,$$

egyszerűsítsünk x -szel, majd hanyagoljuk el t mellett a hozzá képest nagyon kicsiny x -et! Azt kapjuk, hogy

$$f+d-t = \frac{\sqrt{17}}{4}f,$$

ami (2) felhasználásával így írható:

$$(4) \quad \begin{aligned} f-t + \frac{\sqrt{17}}{4} \frac{tf}{t-f} &= \frac{\sqrt{17}}{4}f, \\ t-f &= \frac{\sqrt{17}}{4} \left(\frac{tf}{t-f} - f \right) = \frac{\sqrt{17}}{4} \frac{f^2}{t-f}, \\ (t-f)^2 &= \frac{\sqrt{17}}{4} f^2, \\ t &= \left(1 \pm \frac{\sqrt[4]{17}}{2} \right) f. \end{aligned}$$

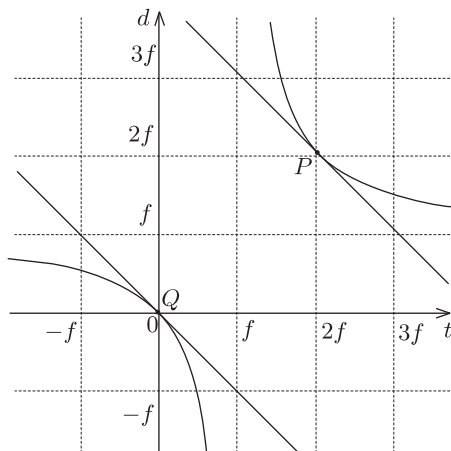
A negatív előjel (4)-ben $t < 0$ tárgytávolságot eredményezne, ez egy valódi fényforrásnál nem lehetséges.

Megjegyzés. A negatív tárgytávolság egy másik leképező eszköz által létrehozott *virtuális tárgyként* értelmezhető, de jelen esetben még ez sem lenne elfogadható, mert olyan közel lenne a lencséhez, hogy a fénysugarak az optikai tengellyel túlságosan nagy szöget zárnának be, emiatt a lencsetörvény egyszerű alakja alkalmazhatatlanná válna.

A feladat feltételének tehát csak a

$$t = \left(1 + \frac{\sqrt[4]{17}}{2}\right) f \approx 2,015 f$$

tárgytávolság felel meg, ebben a helyzetben mozog a tárgy és a kép ugyanakkora sebességgel.



Ez az eredmény a (2) összefüggéssel megadott $d(t)$ függvény grafikus ábrázolásával (2. ábra) és a -1 meredekségű érintő megkeresésével, vagy differenciálszámítással, a

$$\begin{aligned} d'(t) &= \frac{\sqrt{17}}{4} \left(\frac{f}{t-f} - \frac{tf}{(t-f)^2} \right) = \\ &= -\frac{\sqrt{17}}{4} \frac{f^2}{(t-f)^2} = -1 \end{aligned}$$

egyenlet megoldásával is megkapható.