

Megoldás. Az áramkörben kezdetben folyó áram: $I_0 = \frac{U}{R}$. A három kivezetésű toroid tekercs (a három kivezetés miatt) két részre, felső (1-es) és alsó (2-es) tekercsre osztható fel. Jelölje a két tekercs menetszámát N_1 és N_2 , a vasmag keresztmetszetét A , relatív mágneses permeabilitását μ_r és közepes kerületét ℓ !

A K kapcsoló zárása előtt a tekercsben állandó mágneses tér van, melynek fluxusa:

$$\Phi_0 = B_0 A = \mu_0 \mu_r \frac{(N_1 + N_2) I_0}{\ell} A.$$

Közvetlenül a kapcsoló zárása után a toroid mágneses fluxusa még Φ_0 , de a továbbiakban a fluxus az idő függvényében valamilyen ütemben (nem egyenletesen) változni fog. A kezdőpillanathoz tartozó $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ fluxusváltozási sebesség hatására a tekercsekben

$$U_1 = -N_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad \text{illetve} \quad U_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

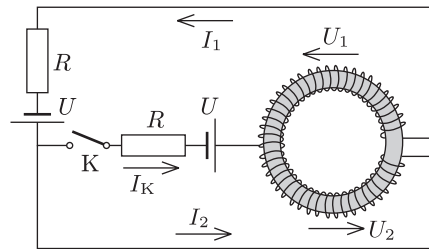
nagyságú feszültség indukálódik.

Megjegyzés. A fluxusváltozás sebességének előjelére a hosszabb idő alatt kialakuló állandósult (stacionárius) állapotból következtethetünk. Az 1-es tekercsben folyó áram ilyenkor irányában és nagyságában is megegyezik az I_0 árammal, míg a 2-es tekercs árama zérus lesz. Tehát a K kapcsoló zárása után hosszabb idő múlva a toroid mágneses mezejének fluxusa

$$\Phi_{\text{stac}} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_0}{\ell} A,$$

és mivel $\Phi_{\text{stac}} < \Phi_0$, a fluxusváltozás sebessége negatív, $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} < 0$.

Az ábrán a K kapcsoló zárása utáni pillanatban az egyes ágakban folyó áramokat ábrázoltuk, irányukat önkényesen választva (helytelen irány felvétele esetén az áram negatívnak fog adódni), és bejelöltük az egyes tekercsekben indukált feszültségeket is.



A csomóponti törvényből következik, hogy

$$(1) \quad I_1 = I_K + I_2.$$

Mivel az egyes tekercsek által létrehozott mágneses mező

$$B_1 = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1}{\ell} \quad \text{és} \quad B_2 = \mu_0 \mu_r \frac{N_2 I_2}{\ell},$$

a toroidban a teljes mágneses fluxus:

$$\Phi = (B_1 + B_2) A = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\ell} A.$$

A kapcsoló bekapcsolásakor a fluxus nem tud ugrásszerűen megváltozni, vagyis $\Phi = \Phi_0$ kell teljesülnön:

$$\mu_0 \mu_r \frac{(N_1 + N_2) I_0}{\ell} A = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{\ell} A,$$

ahonnan az áramokra $(N_1 + N_2) I_0 = N_1 I_1 + N_2 I_2$ adódik. Ebből

$$I_2 = \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right) I_0 - \frac{N_1}{N_2} I_1,$$

melyet behelyettesítve (1)-be:

$$I_1 = I_K + \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right) I_0 - \frac{N_1}{N_2} I_1,$$

vagyis

$$(2) \quad I_1 = \frac{N_2}{N_1 + N_2} I_K + I_0$$

adódik.

Az ábrán látható felső és alsó hurokra a következő két egyenlet írható fel:

$$(3) \quad I_K R + I_1 R = 2U + U_1 = 2U - N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

$$(4) \quad I_K R = U - U_2 = U + N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

az utóbbiból a fluxusváltozás sebessége:

$$(5) \quad \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{I_K R - U}{N_2}.$$

A (2) és (5) egyenleteket (3)-ba helyettesítve kapjuk, hogy:

$$R \left(I_K + \frac{N_2}{N_1 + N_2} I_K + I_0 \right) = 2U - N_1 \frac{I_K R - U}{N_2}.$$

Ezen egyenletből ($U = RI_0$ -t is felhasználva) végül megkapjuk a kapcsolón átfolyó áram erősségét:

$$I_K = \frac{(N_1 + N_2)^2}{(N_1 + N_2)^2 + N_2^2} I_0.$$

Mivel ez pozitív mennyiség, az I_K áram irányát helyesen tüntettük fel az ábrán.

A feladathoz tartozó rajz azt sugallja, hogy $N_1 = N_2$, jóllehet ez így kimondva nem szerepelt a feladat szövegében. Ebben az esetben a K kapcsolón (közvetlenül annak zárása után) $I_K = \frac{4}{5} I_0$ erősségű áram fog folyni. Más menetszámok esetén (6) alapján annyit állíthatunk, hogy a kapcsolón átfolyó kezdeti áram legalább $\frac{1}{2} I_0$ kell legyen, de legfeljebb I_0 nagyságú lehet.