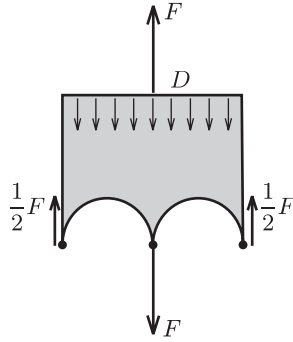


Megoldás. Az L hosszú félkörívnek megfelelő átmérő $D = 2L/\pi$, ekkora a drótkeret felső, vízszintes élének hossza. Írjuk fel a hártát tartó drótkeretre ható függőleges irányú erők egyensúlyának feltételét!



A fonalakat (azok minden pontjában) $F/2$ nagyságú erő feszíti (hiszen a középső pontban a két félkörív végeire összesen F erőt fejtünk ki).

A fonalak tehát összesen $\frac{1}{2}F + \frac{1}{2}F = F$ erővel húzzák felfelé a drótot. Ugyancsak F *külső* erőnek kell hatnia a drót felső szakaszára, ekkor lesz az egész rendszerre ható külső erők eredője nulla. (Ez az erő lehet pl. a drótkeretet valamilyen állványhoz rögzítő fonál húzóereje.)

Másrészt a szappanhártya σD erővel húzza lefelé a drótot, ahol σ a *hártya* felületi feszültsége (vagyis a hártya peremének egységnyi hosszúságú szakaszán ható húzóerő). *Vigyázat:* a hártának 2 oldala van, tehát az így értelmezett felületi feszültség a folyadék levegőre vonatkoztatott felületi feszültségének *kétszerese*. A keret függőleges szárai mentén a szappanhártya *vízszintes* erőkkel hat a drótra, ezek az erők most figyelmen kívül hagyhatók.

A tartókeret egyensúlyának feltétele:

$$\frac{1}{2}F + \frac{1}{2}F + F - D\sigma = 0,$$

ahonnan a keresett felületi feszültség

$$\sigma = \frac{2F}{D} = \frac{\pi F}{L}.$$

Megjegyzés. A felületi feszültséget (amit a hártya egységnyi felületére jutó energiaként is értelmezhetünk) megpróbálhatjuk a munkatétel felhasználásával kiszámolni. A hártya „területét” (a felület ennek kétszerese!) a deformáció során

$$\Delta T = \frac{1}{2} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \pi - 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{D}{4} \right)^2 \pi = \frac{L^2}{4\pi}$$

értékkel növeltük meg; a rendszer energiájának növekedése tehát $\Delta E = \sigma \Delta T$.

A fonál középső pontját $\Delta s = D/2$ hosszú úton mozdítjuk el, miközben – legalábbis a legutolsó pillanatban – F erőt fejtünk ki. Ha a munkatételt (*hibásan!*) $\Delta E = F \Delta s$ módon íránk fel, akkor a felületi feszültségre $\sigma = \frac{4F}{L}$ adódna. Ez azonban csak nagyságrendileg helyes becslésnek tekinthető, csak annyira „pontos”, amennyire $\pi \approx 3$. A hiba forrása: a hártya deformációja során a szükséges erő nem állandó, helyről helyre változik, emiatt a munka nem számolható az egyszerű „erőször elmozdulás” formulából.