

I. megoldás. Tegyük fel, hogy valamelyik adiabatának és izotermának van két közös metszéspontja; legyenek az ezekhez tartozó térfogatok V_1 és V_2 ($V_2 > V_1$)! Ha V_1 -ről izotermikusan tágul a gáz V_2 térfogatra, akkor – mondjuk – Q hőt vesz fel. Ezután nyomjuk össze a gázt adiabatikusan V_1 térfogatra. Ez a két, egymás után végrehajtott folyamat együtt egy *körfolyamatot* alkotna, amelyben a gáz által felvett Q hő és a gáz által végzett munkák előjeles összege (az I. főtétele alapján) egyenlő lenne.

Ha ez valóban bekövetkezhetne, akkor a gáz a felvett Q hőt teljes egészében munkává alakítaná át, ami a termodinamika II. főtétele szerint körfolyamatokban lehetetlen! Nyilván a kiindulási feltevés volt hibás, az adiabatának és az izotermának *nem lehet* több közös pontja.

II. megoldás. Felhasználva a reális gázok állapotjelzőinek (Van der Waals által adott) korrekcióit:

$$V = V_{\text{id.}} - b, \quad \text{illetve} \quad p = p_{\text{id.}} + \frac{a}{V^2},$$

az izotermák egyenlete

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT = \text{állandó},$$

az adiabaták egyenlete pedig

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b)^\kappa = \text{állandó}.$$

A közös pontokon mindkét összefüggésnek teljesülnie kell, ami csak úgy lehet, ha $(V - b)^{\kappa-1} = \text{állandó}$, vagyis $V = \text{állandó}$, tehát csak egy közös V lehet.

III. megoldás. Összenyomásra, vagyis térfogatának csökkentésére minden reális anyag úgy reagál, hogy nő a nyomása. Adiabatikus esetben még jobban, mint izotermikusan (ez is a hőtan II. főtétele következménye). Ezért a reális gázok adiabatái a $(p; V)$ diagramon meredekebbek, mint az izotermák. Ha egy adiabatának és egy izotermának két közös pontja volna, akkor az egyik pontban az adiabatának, a másikban pedig az izotermának kellene meredekebbnek lennie. Ez utóbbi nem lehetséges, tehát a két görbének csak 1 közös pont lehet.

(A feladat megoldását kiegészíti még a probléma kitűzőjének cikke, valamint az idei Kunfalvi-verseny 2. elméleti feladata Lapunk 372., illetve 366. oldalán.)