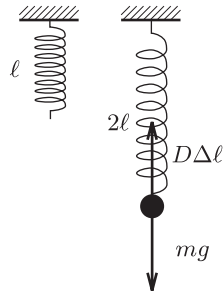


Megoldás. A rugóra akasztott testre ható erők (lásd az 1. ábrát) egyensúlyából

$$D \cdot \Delta \ell = D \cdot \ell = mg,$$

ahonnan a rugóállandó kifejezhető:

$$D = \frac{mg}{\ell}.$$



1. ábra

A vízszintes síkú körpályán mozgó testre ható $D(L - \ell)$ rugóerő és az mg nehézségi erő eredője a körpálya középpontja felé mutató $F = r\omega^2$ nagyságú centripetális erő.

A 2. ábrán látható hasonló háromszögek miatt

$$\frac{D(L - \ell)}{F} = \frac{L}{r},$$

amiből

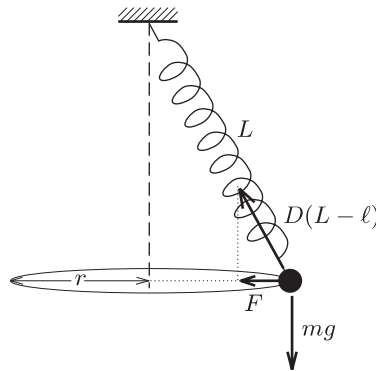
$$\frac{D(L - \ell)}{mr\omega^2} = \frac{L}{r},$$

vagyis

$$\frac{g}{\ell} \cdot \frac{L - \ell}{\omega^2} = L.$$

A keresett szögsebesség eszerint

$$\omega = \sqrt{\frac{L - \ell}{L\ell}} g.$$



2. ábra

Az erők nagyságára a 2. ábra alapján fennáll, hogy

$$D^2(L - \ell)^2 = m^2 g^2 + m^2 r^2 \omega^4,$$

$$\frac{g^2}{\ell^2} (L - \ell)^2 = g^2 + r^2 \cdot \frac{(L - \ell)^2}{L^2 \cdot \ell^2} \cdot g^2,$$

innen

$$L^2(L - \ell)^2 = \ell^2 L^2 + r^2(L - \ell)^2,$$

$$L^2(L^2 - 2L\ell) = r^2(L - \ell)^2,$$

és végül a körpálya sugarára

$$r = \frac{L}{L - \ell} \sqrt{L(L - 2\ell)}$$

adódik.