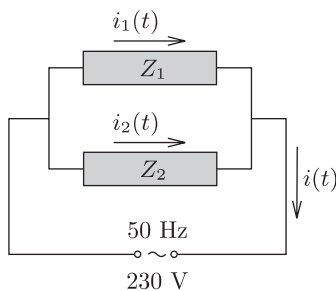


Megoldás. Az 1. ábrán látható kapcsolás főágában folyó áramot

$$(1) \quad i(t) = I_0 \sin \omega t$$

alakban írhatjuk fel, ahol $I_0 = 20$ A és

$$\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 314 \text{ s}^{-1}.$$



1. ábra

Az egyik (mondjuk a Z_1 impedanciájú) mellékágban az áram $\frac{\pi}{3}$ szöggel siet a főághoz képest:

$$(2) \quad i_1(t) = I_1 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right),$$

a másik ág $\frac{\pi}{6}$ szöggel késő áramára pedig:

$$(3) \quad i_2(t) = I_2 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{6} \right).$$

A két mellékág árama között a fáziskülönbség:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

a) Készítsünk forgóvektoros ábrát a mellékágak és a belőlük vektori összegként adódó főág áramáról (2. ábra). Az ábráról leolvasható, hogy a mellékágak áramerősségének csúcsértéke:

$$I_1 = I_0 \cos \frac{\pi}{3} = 10 \text{ A},$$

$$I_2 = I_0 \cos \frac{\pi}{6} = 17,3 \text{ A}.$$

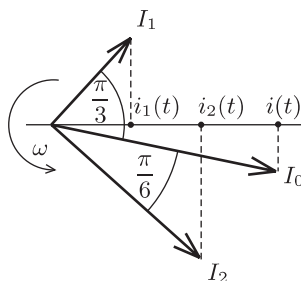
Ha $t = 0$ s-kor a főág árama nulla – az (1)-ben megadott kifejezés éppen ennek megfelelő fázisú, – akkor $t_1 = 0,01$ s időpillanatban a mellékágak árama (2) és (3) szerint

$$i_1(t_1) = 10 \text{ A} \cdot \sin \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -8,66 \text{ A},$$

illetve

$$i_2(t_1) = 17,3 \text{ A} \cdot \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = +8,66 \text{ A}.$$

Ugyanez az eredmény a forgóvektoros ábráról is leolvasható. A főág áramvektora $t = 0$ s-kor „lefelé” mutat, $t_1 = 0,01$ s-kor (a hálózati feszültség periódusidejének felénél) pedig „felfelé”. A mellékágak árama ezekben a pillanatokban egymással ellentétes irányú és $I_1 \sin 60^\circ = I_2 \sin 30^\circ = 8,66$ A nagyságú.



2. ábra

b) A mellékágakban folyó áramok csúcsértékének ismeretében kiszámíthatjuk az impedanciákat:

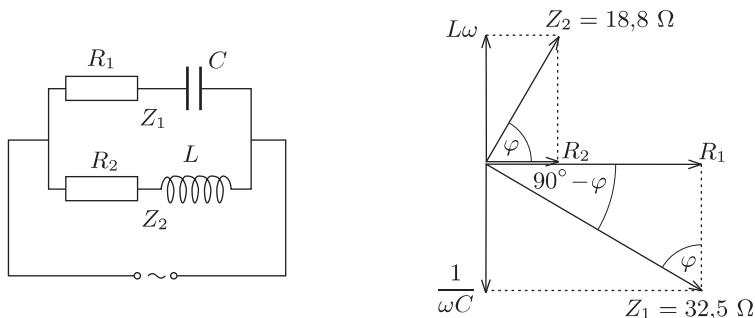
$$Z_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot 230 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 32,5 \text{ } \Omega, \quad \text{illetve} \quad Z_2 = \frac{\sqrt{2} \cdot 230 \text{ V}}{17,3 \text{ A}} = 18,8 \text{ } \Omega.$$

A mellékágak áramának 90° -os fáziseltolódása többféle módon is megvalósulhat:

(i) Z_1 tisztán kapacitív, Z_2 pedig tisztán ohmikus; $C = \frac{1}{\omega Z_1} = 98 \text{ } \mu\text{F}$, illetve $R = 32,5 \text{ } \Omega$.

(ii) Z_1 tisztán ohmikus, Z_2 pedig tisztán induktív; $R = 18,8 \text{ } \Omega$, illetve $L = \frac{Z_2}{\omega} = 60 \text{ mH}$.

(iii) Ha az 1-es ág egy R_1 nagyságú ohmos ellenállásból és vele sorosan kapcsolt C kapacitású kondenzátorból áll, a 2-es ág pedig R_2 nagyságú ohmos ellenállást és L induktivitású tekercset tartalmaz, akkor az egyes ágak impedanciája és az áramoknak a hálózati feszültséghez viszonyított fáziseltolódása a 3. ábra alapján számolható. (Az ábrán már figyelembe vettük, hogy a két mellékág árama közötti fáziskülönbség 90° .)



3. ábra

Az impedancia-diagramról leolvashatjuk, hogy teljesülniük kell az

$$R_1 \leq 32,5 \text{ } \Omega, \quad R_2 \leq 18,8 \text{ } \Omega,$$

illetve

$$\frac{1}{\omega C} \leq 32,5 \text{ } \Omega, \quad C \geq 98 \text{ } \mu\text{F}$$

és

$$L\omega \leq 18,8 \text{ } \Omega, \quad L \leq 60 \text{ mH}$$

egyenlőtlenségeknek, továbbá az

$$\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}} = Z_1, \quad \sqrt{R_2^2 + (L\omega)^2} = Z_2, \quad R_1 R_2 = \frac{L}{C}$$

egyenlőségeknek. A 4 áramköri elem közül az egyiket (a jelzett korlátok között) szabadon választhatjuk, a másik három adatait pedig kiszámíthatjuk. Határesetben, ha $R_1 \rightarrow 0$, illetve ha $R_2 \rightarrow 0$, megkapjuk az (i), illetve (ii) lehetőségeket is.