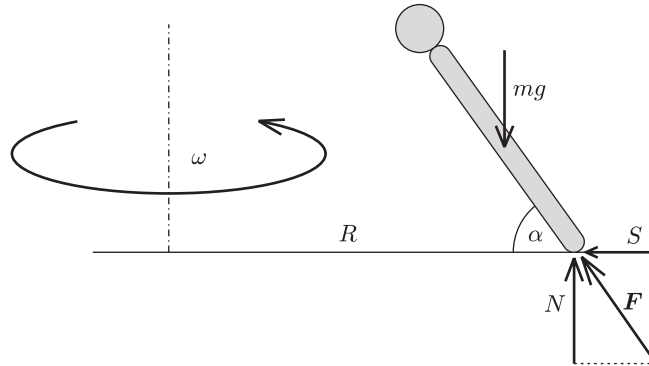


I. megoldás. Tekintsük az egyik motorost, amelyiknek tömege m , pályájának sugara R , a dőlésszöge pedig a vízszinteshez képest α . Írjuk le a motoros mozgását a versenypályáról nézve, vagyis inerciarendszerből! A motorosra a tömegközéppontjánál mg gravitációs erő hat, a kerekek és a talaj érintkezésénél pedig $\mathbf{F}$ nyomóerő, amelyet felbontunk egy függőleges irányú N nyomóerőre és vízszintes irányú S súrlódási erőre (lásd vázlatosan az 1. ábrán).



1. ábra

$\mathbf{F}$ -nek nem lehet forgatónyomatéka a tömegközéppontra (különben a motor feldőlné), emiatt

$$N = F \sin \alpha, \quad S = F \cos \alpha,$$

vagyis

$$S = N \operatorname{ctg} \alpha.$$

Másrészt a motoros függőleges gyorsulása nulla, így

$$N = mg,$$

a vízszintes gyorsulása pedig a körmozgás centripetális gyorsulása, tehát

$$S = mR\omega^2,$$

vagyis fennáll, hogy

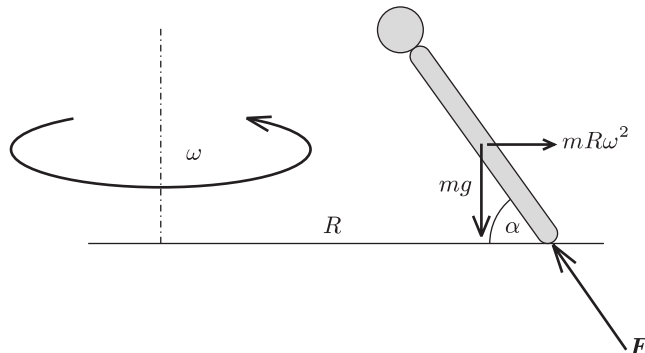
$$R\omega^2 = g \operatorname{ctg} \alpha.$$

A fenti képlet jobb oldalán álló kifejezés mindkét motorosra ugyanakkora, tehát a bal oldal is az kell legyen:

$$R_1\omega_1^2 = R_2\omega_2^2.$$

Ezek szerint ha $R_1 < R_2$, akkor $\omega_1^2 > \omega_2^2$, tehát $\omega_1 > \omega_2$, vagyis a *kisebb sugarú* körpályán haladó motoros tesz meg hamarabb egy kört.

II. megoldás. Írjuk le a mozgást a motorral együttmozgó (és együttforgó) vonatkoztatási rendszerben! A motorosra a tömegközéppontjánál függőlegesen lefelé hat az mg gravitációs erő, pályasugarának irányában kifelé pedig egy tehetetlenségi erő, az $mR\omega^2$ nagyságú centrifugális erő. Ezen két erő arányát a motoros dőlésszöge egyértelműen meghatározza, hiszen az eredőjüknek át kell mennie a kerekek nyomvonalán.



2. ábra

Eszerint a két motoros mozgását ugyanazon $R\omega^2$ jellemzi, tehát a kisebb sugarú pályán haladó szögsebessége lesz a nagyobb, ő tesz meg hamarabb egy kört.

Megjegyzések. Mindkét megoldásban hallgatólagosan több elhanyagolással éltünk.

1. Nem tettünk különbséget a motoros tömegközéppontjának pályasugarára és a kerekek nyomvonalának sugara között. Ez nyilván akkor jó közelítés, ha a pálya R sugara sokkal nagyobb, mint a motor és a motoros együttes h magassága. (Versenyeken – a nagy sebesség miatt – ez általában teljesül.)

2. A motort és a motorost merev testnek tekintettük, vagyis olyan testnek, amelynek egyes részei egymáshoz képest nem mozdulnak el. A motorkerékpár nyilván nem ilyen test, hiszen a kerekei gyorsan forognak, és a robbanómotor dugattyúi is másodpercenként nagyon sokszor ide-oda mozognak. Ezen belső mozgások figyelembevételétől akkor tekinthetünk el, ha a mozgó alkatrészek tömege sokkal kisebb, mint a motor és a motoros össztömege. A versenymotorok viszonylag nagy és nehéz kerekei miatt ez a közelítés megkérdőjelezhető.

3. Mindkét megoldás lényegesen kihasználta, hogy a motor kerekeinél ható erő a tömegközéppont irányába mutat, ez azonban – szigorúan véve – *nem igaz!*

Az I. megoldásban nem vettük figyelembe, hogy a motoros + motor (még ha merev testnek tekintjük is) a körmozgás miatt a tömegközéppont körül függőleges tengelyű forgómozgást is végez, tehát a rendszernek van perdülete. Ez a perdület azonban – a motoros aszimmetrikus alakja és a bedőlés miatt – nem függőleges irányú, és a vízszintes komponensének körbefordulása miatt időben nem is állandó! A változó perdülethez viszont eredő forgatónyomatéokra van szükség.

A II. megoldás gondolatmenetét követve ott jártunk el nagyvonalúan, amikor a centrifugális erő hatásvonalát a tömegközépponton keresztül vettük fel. A valóságban a motor és a motoros alsó részei nagyobb sugarú pályán mozognak, mint a bedőlő motoros testének felső része, például a feje. Így az egyes részekre ható centrifugális erők nem csak a részek tömegétől, hanem a helyzetétől is függnek, és emiatt az eredő forgatónyomatékuk a tömegközéppontra *nem nulla*. A motoros (forgó koordináta-rendszerben észlelt) nyugalmi állapotának az a feltétele, hogy a kerekeknél ható erőknek is legyen forgatónyomatéka a tömegközéppontra, tehát ezen erők eredőjének hatásvonala *ne* haladjon át a tömegközépponton.

Az itt leírt „pörgettyűhatás” (akár az inercia-, akár a gyorsuló rendszerből tárgyaljuk) akkor válna számottevővé, ha a motoros h mérete összemérhető lenne a pálya R sugarával, vagyis ha a motoros nagyon élesen venné be a kanyart. Ez azonban a nagy sebesség és a tapadó súrlódás véges ($\mu \approx 1$) értéke (csúszásveszély) miatt nem ajánlatos!