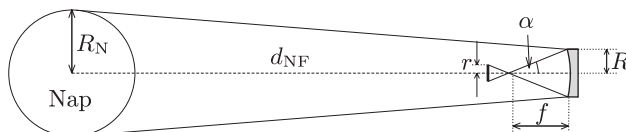


Megoldás. A Nap képe nem tekinthető pontszerűnek, hanem véges mérete van, és ez a véges felületi teljesítménysűrűség korlátozza a napkőhőben elérhető hőmérsékletet. A felmelegedő test maga is sugároz, és hőmérséklete addig növekszik, amíg a test által elnyelt sugárzás teljesítménye egyenlő nem lesz ugyanezen test által kisugárzott teljesítménnyel.

Mivel gömbtükrőről van szó, a tükörrre eső közel párhuzamos fénysugarak akkor jutnak el jó közelítéssel a fókuszpontba, ha a visszavert sugaraknak az optikai tengellyel bezárt $\alpha = R/f$ szöge kisebb, mint kb. 5° (lásd az 1. ábrát). Ekkor a R sugarú és $2f$ görbületi sugarú gömbtükör homloklapfelülete $A = R^2\pi = f^2\pi \cdot \alpha^2$, (ahol α radiánban értendő), és az ide fókuszált összteljesítmény:

$$P = S \cdot A = S \cdot f^2\pi \cdot \alpha^2.$$

Itt S az egységnyi felületre jutó napsugárzási teljesítmény, az ún. *napállandó*, számértéke a légkörön kívül 1400 W/m^2 , a Föld felszínén – a légkör állapotától függően – ennél természetesen kisebb.



1. ábra

Igaz továbbá, hogy a Nap és a Föld d_{NF} távolsága sokkal nagyobb, mint a tükör f fókusztávolsága, így az

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

leképezési törvényből számolható képtávolság

$$k = \frac{t \cdot f}{t - f} = \frac{d_{NF} \cdot f}{d_{NF} - f} \approx f.$$

A valóságban R_N sugarú (szerencsésebb szóhasználat: rádiuszú) Nap képének sugara (mint az a tükör középpontjáról visszaverődő sugarak menetéből könnyen leolvasható)

$$r = f \cdot \frac{R_N}{d_{NF}},$$

a kép területe tehát

$$A_{\text{kép}} = f^2\pi \frac{R_N^2}{d_{NF}^2}.$$

Feltesszük, hogy a tükör fókuszpontjához helyezett tárgy egy r sugarú gömb. Ha ennél nagyobb méretű a melegített test, akkor az nagyobb felületen fog sugározni, a hőmérséklete tehát kisebb lesz, mint az r sugarú gömbé. Ha viszont a Nap képénél is kisebbre választjuk a melegített test méretét, akkor a kisugárzott teljesítmény is és az elnyelt teljesítmény is ugyanolyan arányban lecsökken, a test felmelegedését ez nem befolyásolja.

A test T hőmérsékleten a *Stefan–Boltzmann-törvény* szerint

$$P_{\text{e}} = \sigma \cdot 4\pi r^2 \cdot T^4$$

teljesítménnyel sugároz. Állandósult hőmérséklet esetén ez a teljesítmény meg kell egyezzen a tükörrre eső, majd onnan a testre verődő és a test által felvett teljesítménnyel:

$$P_{\text{fel}} = S \cdot 4f^2\pi \cdot \sin^2 \alpha,$$

vagyis ($A_{\text{kép}}$ korábban kiszámított alakjának felhasználásával)

$$\sigma f^2\pi \frac{R_N^2}{d_{NF}^2} T^4 = S \cdot 4f^2\pi \cdot \alpha^2.$$

Innen a test hőmérséklete ismert adatokkal kifejezhető:

$$(1) \quad T = \sqrt[4]{\frac{S \alpha^2 d_{NF}^2}{4\sigma R_N^2}} \approx 1300 \text{ K}.$$

(A test által felvett teljesítmény számításánál a környezet hőmérsékleti sugárzását nem vettük figyelembe, mert az a fókuszált napfény teljesítménye mellett elhanyagolhatóan kicsi. A melegített testet *abszolút feketének* tekintettük, de

a megfontolásunk akkor is érvényes marad, ha a test a rá eső sugárzásnak csak bizonyos hányadát nyeli el, mert akkor ugyanilyen arányban a sugárzása is gyengébb lesz.)

Áttekinthetőbb formulát kapunk, ha az S napállandót – ugyancsak a Stefan–Boltzmann-törvény felhasználásával – kifejezzük a (fekete testnek tekinthető) Nap hőmérsékletével és a látószögével. Mivel a Nap sugárzó felülete $4R_N^2\pi$, és a sugárzása a Föld távolságában $4d_{NF}^2\pi$ nagyságú gömbfelületen oszlik szét, fennáll

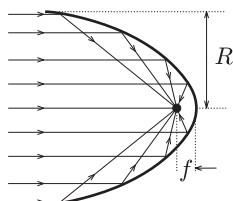
$$S = \sigma T_{\text{Nap}}^4 \frac{4R_N^2\pi}{4d_{NF}^2\pi}.$$

Ezt a melegített test hőmérsékletét megadó képletbe írva:

$$(2) \quad T = T_{\text{Nap}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}} = T_{\text{Nap}} \sqrt{\frac{R}{2f}}.$$

Látható, hogy a napkőhóban melegített test hőmérséklete nem lehet nagyobb, mint a Nap felszíni hőmérséklete (kb. 6000 K), hanem annál – a tükör fényerejére jellemző R/f aránytól függő mértékben – biztosan kisebb.

Megjegyzés. A (2) formulában a négyzetgyök alatt az $\frac{R}{2f}$ arányszám áll. Ez a gömbtükörnél természetesen 1-nél kisebb kell legyen, ellenkező esetben a tükör „nem fókuszálna” megfelelően. Feltehetjük azonban a kérdést: mi történik akkor, ha gömbtükör helyett parabolatükört alkalmazunk, melynek a Nap által megvilágított keresztmetszete (homlokfelülete) f^2 -hez viszonyítva (elvben) tetszőlegesen nagy lehet (2. ábra). Vajon egy ilyen elrendezéssel létre lehetne hozni a Nap felszínénél magasabb hőmérsékletet?



2. ábra

A melegítendő testre érkező és a test által kisugárzott teljesítmények összevetéséből megállapíthatjuk, hogy a melegített test hőmérséklete a Nap hőmérsékleténél annyiszor kisebb, amennyi a test helyéről nézve a tükör térszögének és a teljes 4π térszöghöz viszonyított arányának negyedik gyöke. Ez az arány természetesen 1-nél mindig kisebb, tehát – optikai eszközökkel – nem hozhatunk létre a Nap kb. 6000 K-es felszíni hőmérsékleténél magasabb hőmérsékletet a Földön. Ezen elvi korlát hátterében a termodinamika II. főtétele áll, nevezetesen az az észrevétel, hogy ha a tükör fókuszába helyezett test melegebb lenne, mint a Nap felszíne, akkor nem a Nap melegítené a testet, hanem a test a Napot! (A helyzet bonyolultabb ennél, mert a Nap + tükör + test rendszer *nem zárt*, nemcsak egymással, hanem a világűrrel is termikus kapcsolatban állnak, de a részletes számítás végkövetkeztetése is ugyanaz, mint az egyszerű megfontolásé.)