

Megoldás. a) A v_0 sebességgel elindított m tömegű golyó először a $3m$ tömegű golyóval ütközik rugalmasan. Jelöljük a kisebb golyó ütközés utáni sebességét v_1 -gyel, a nagyobb golyó sebességét pedig v_2 -vel! (A mozgási irányokat v_0 -lal megegyező irány esetén tekintjük pozitívnak.) Mivel az ütközés rugalmas, ezért a rendszer összlendülete is és összes mozgási energiája is megmarad. A lendületmegmaradás törvénye erre az ütközésre:

$$mv_0 = mv_1 + 3mv_2,$$

ahonnan

$$(1) \quad v_1 = v_0 - 3v_2.$$

A mozgási energia megmaradása:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}(3m)v_2^2,$$

vagyis

$$(2) \quad v_0^2 = v_1^2 + 3v_2^2.$$

A v_1 sebesség (1)-ben szereplő kifejezését (2)-be helyettesítve v_2 -re egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$v_2(2v_2 - v_0) = 0.$$

Ennek egyik gyöke $v_2 = 0$ (és ennek megfelelően $v_1 = v_0$) számunkra elfogadhatatlan, hiszen annak felelne meg, mintha az m tömegű test „átbújna” a $3m$ tömegű testen, és mindketten változatlan sebességgel mozognának tovább. Az egyenlet másik gyöke:

$$v_2 = \frac{1}{2}v_0 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{és} \quad v_1 = -\frac{1}{2}v_0 = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A középső, m tömegű test tehát $|v_1| = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságú sebességgel ütközik neki a bal oldali, $4m$ tömegű testnek. Ez az ütközés is rugalmas, tehát a rendszer lendülete is és mozgási energiája is megmarad. Az ütközés után a kisebb test sebessége legyen u_1 , a nagyobbé u_2 . A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$mv_1 = mu_1 + 4mu_2,$$

ahonnan

$$(3) \quad u_1 = v_1 - 4u_2,$$

az energiamegmaradás pedig:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}(4m)u_2^2,$$

azaz

$$(4) \quad v_1^2 = u_1^2 + 4u_2^2.$$

A (3) és (4) egyenletek azon megoldása, amely tényleges ütközést ír le:

$$u_2 = \frac{2}{5}v_1 = -\frac{1}{5}v_0 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \text{illetve} \quad u_1 = \frac{3}{10}v_0 = +1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(Mivel $u_1 < v_2$, harmadik ütközés nem következik be; a középső test nem éri utol a jobb oldali testet.)

b) A tömegek és az ütközés utáni sebességek ismeretében könnyen számolható az ütközés utáni mozgási energiák aránya:

$$\begin{aligned} E_{4m} : E_m : E_{3m} &= \left(\frac{1}{2} \cdot 4m \cdot u_2^2 \right) : \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 \right) : \left(\frac{1}{2} \cdot 3m \cdot v_2^2 \right) = \\ &= 4u_2^2 : u_1^2 : 3v_2^2 = 16 : 9 : 75. \end{aligned}$$