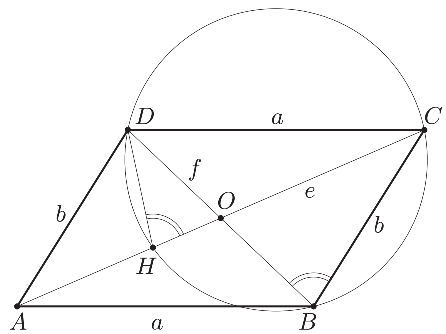
Megoldás. Az *ábra* jelöléseit használva az AC átló A-hoz közelebbi harmadolópontja legyen H, a paralelogramma oldalai a és b, átlói e és f.



Alkalmazzuk az ismert azonosságot, mely szerint a paralelogrammában az oldalak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével:

$$2a^2 + 2b^2 = e^2 + f^2.$$

A feladat feltétele pedig: $2f^2 = a^2 + b^2$, azaz $4f^2 = 2a^2 + 2b^2$. Ezt behelyettesítve az előző egyenletbe: $4f^2 = e^2 + f^2$, vagyis $3f^2 = e^2$. Alakítsuk át ezt az összefüggést:

$$\frac{f^2}{4} = \frac{e^2}{12} \Rightarrow \frac{\frac{f}{2}}{\frac{e}{6}} = \frac{\frac{e}{2}}{\frac{f}{2}}.$$

Mivel $\dfrac{f}{2} = OD$, $\dfrac{e}{2} = OA$ és $\dfrac{e}{6} = OH$, azért

$$\frac{OD}{OH} = \frac{OA}{OD}.$$

Látható, hogy $DOH\sphericalangle = DOA\sphericalangle$, ezért $ODH\triangle \sim OAD\triangle$, mert két oldaluk aránya és a közbezárt szög megegyezik. Ebből következik, hogy harmadik szögük is megegyezik: $ADO\sphericalangle = DHO\sphericalangle$.

Nyilván $ADO\sphericalangle = DBC\sphericalangle$, így $DHO\sphericalangle = DBC\sphericalangle$. Tehát a DC oldal a H és B pontokból ugyanakkora szög alatt látszik, így a H pontnak rajta kell lennie a $DBC\triangle$ köré írt körén. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.