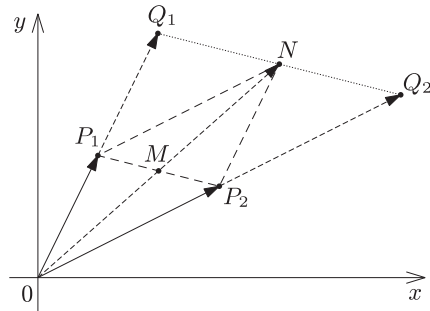


Megoldás. Az összegpont a „parallelogramma-szabály”, illetve a parallelogramma tulajdonságai alapján a két összeadandó pontot összekötő szakasz felezőpontjának kétszeresére nagyított képe az origóból, ahogy azt a mellékelt ábra is jól szemlélteti. Abban az esetben, amikor a két összeadandó pont egybeesik (mint ahogy az előfordulhat, hiszen x és y végigfut az összes ponton, és minden lehetséges párosítás előfordul), akkor két egyirányú, egyenlő hosszú vektort kell összeadni, ezért az összegpont az eredeti pont kétszeresére nagyított képe az origóból. (Például P_1 -ből Q_1 , P_2 -ből Q_2 lesz az *ábrán*.)



Ez megtehető bármely két ponttal, s így a felezőpontoknak és az eredeti pontoknak a kétszeresére nagyított képei alkotják $A + A$ pontjait. Mivel a nagyítás aránytartó, az új ponthalmaz háromszögelését végezhetjük oly módon, hogy először behúzzuk az eredeti háromszögelés vonalait. Ekkor az összes eddig létrejövő háromszög oldalainak a felezőpontja is egy pont, ami még összekötésre vár néhány másikkal együtt. Ha egy háromszögben összekötjük az oldalak felezőpontjait egymással, akkor azzal 4 háromszögre tudjuk bontani a háromszöget. Ezt megcsinálhatjuk az összes háromszögben, s így megnégyszereződik a háromszögek száma. Ezen kívül még vannak egyéb pontok, ha az eredeti háromszögelésben voltak olyan pontpárok, amelyek nem voltak egymással összekötve, hiszen ezek felezőpontjainak a nagyított képei is megjelennek az új ponthalmazban, ám eddig ezeket még nem vettük figyelembe. Így ha ezek is összekötésre kerülnek, akkor azzal tovább növekszik az új háromszögelésben lévő háromszögek száma, de semmiképpen sem csökkenhet. Mivel meg tudunk adni egy olyan háromszögelést az új ponthalmazban, amiről bizonyított, hogy legalább négyszer annyi háromszöget tartalmaz, mint az eredeti ponthalmaz, azért minden háromszögelésre is igaz ez, hiszen a **B. 4199.** megoldásában¹ bizonyítottuk (szögösszeszámolás segítségével), hogy a háromszögelés módjától független a keletkező háromszögek száma.

¹KöMaL, 2010. március, 153. oldal.