

I. megoldás. Tegyük fel, hogy ab értéke hiányzik. Tudjuk, hogy $ad \cdot bc = ac \cdot bd = ab \cdot cd = abcd$. Mivel a szorzatok között ac és bd , illetve ad és bc is megtalálható, nekik szorzatként egyenlő értéket kell adniuk. Írjuk fel a 2, 3, 4, 5, 6 számok páronkénti szorzataiból képezhető összes számot: 6, 8, 10, 12, 12, 15, 18, 20, 24, 30. Egyedül a 12 fordul elő kétszer, ezért $ad \cdot bc = ac \cdot bd = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 12$.

Mivel az 5 marad pár nélkül, $cd = 5$. Tehát

$$ab = \frac{abcd}{cd} = \frac{12}{5}$$

a hatodik szorzat.

II. megoldás. Az ismeretlen értékű szorzat legyen ab . Ekkor

$$ac \cdot ad \cdot bc \cdot bd \cdot cd = \frac{a^3 b^3 c^3 d^3}{ab} = 720, \quad \text{tehát} \quad ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}}.$$

Ismerjük ac és bd értékét és $ac \cdot bd = ab \cdot cd$, vagyis $ab \cdot cd$ két ismert érték szorzataként megkapható:

$$ab \cdot cd \in \{6; 8; 10; 12; 15; 18; 20; 24; 30\} = A, \quad cd \in \{2; 3; 4; 5; 6\}.$$

Ha $cd = 2$, akkor

$$ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}} = \sqrt{90}, \quad cd \cdot ab = 2\sqrt{90} = 6\sqrt{10} \notin A \Rightarrow cd \neq 2.$$

Ha $cd = 3$, akkor

$$ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}} = \sqrt{\frac{80}{3}}, \quad cd \cdot ab = 3\sqrt{\frac{80}{3}} = \sqrt{240} \notin A \Rightarrow cd \neq 3.$$

Ha $cd = 4$, akkor

$$ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}} = \sqrt{\frac{45}{4}}, \quad cd \cdot ab = 4\sqrt{\frac{45}{4}} = \sqrt{180} \notin A \Rightarrow cd \neq 4.$$

Ha $cd = 5$, akkor

$$ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}} = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}, \quad cd \cdot ab = 5 \frac{12}{5} = 12 \in A \Rightarrow cd \text{ lehet } 5.$$

Ha $cd = 6$, akkor

$$ab = \sqrt{\frac{720}{c^3 d^3}} = \sqrt{\frac{10}{3}}, \quad cd \cdot ab = 6\sqrt{\frac{10}{3}} = \sqrt{120} \notin A \Rightarrow cd \neq 6.$$

Ezért cd értéke csak 5 lehet. Ha

$$a = \frac{2}{\sqrt{\frac{10}{3}}}, \quad b = \frac{4}{\sqrt{\frac{10}{3}}}, \quad c = \sqrt{\frac{10}{3}}, \quad d = \frac{5}{\sqrt{\frac{10}{3}}},$$

akkor $ab = \frac{12}{5}$, $bc = 4$, $ac = 2$, $cd = 5$, $ad = 3$, $bd = 6$. Tehát meg tudunk adni négy számot úgy, hogy teljesüljenek a feladat feltételei. A hatodik szorzat értéke $\frac{12}{5}$.