

**Megoldás.** A végeredményen nem változtat, ha semmit nem törölünk lépésenként, hanem a 2009-edik lépés után távolítjuk el azokat a számokat, amelyek páros sokszor szerepelnek a papíron. Az  $i$ -edik lépésben a  $ki$  számokat vetjük papírra, ahol  $1 \leq k \leq 2009$ , és  $1 \leq i \leq 2009$ . Törlés előtt tehát pontosan azok a számok szerepelnek a papíron, amelyek felírhatók két, 2010-nél kisebb pozitív egésznek a szorzataként. Közülük azok maradnak meg a törlések után, amelyek (a tényezők sorrendjét is figyelembe véve) páratlan sokféleképpen írhatók fel ezen a módon. Vegyük észre, hogy ha  $i \neq k$ , akkor  $i \cdot k$  és  $k \cdot i$  két különböző felírása ugyanannak a számnak. Ebből látszik, hogy a felírt számok szorzatra bontásai párokba állíthatók: az  $i \cdot k$  és  $k \cdot i$  felírások lesznek egymás párjai. A  $k \cdot k$  felbontások állnak magukban, ilyen felbontása éppen a négyzetszámoknak van, mindegyiknek pontosan egy. Tehát a négyzetszámok páratlan sokszor szerepelnek a papíron, a többiek pedig páros sokszor. Törlés után ezért az  $1^2, 2^2, \dots, 2009^2$  számok maradnak meg, összesen 2009 szám.