I. megoldás. Legyen a vizsgált polinom $P(x)\neq 0$, ezt szeretnénk olyan $Q(x)\neq 0$ polinommal szorozni, amire a $P(x)Q(x)$ polinomban minden tag kitevője osztható 3-mal.

Legyen $S_n(x)$ $(n=1,2,3)$ olyan polinom, amely $P(x)$-nek az összes olyan tagját tartalmazza (előjelével, együtthatójával együtt), amelynek kitevője 3-mal osztva n-et ad maradékul. Tehát $S_1(x)+S_2(x)+S_3(x)=P(x)$.

Ha $S_1(x)=S_2(x)=0$, akkor kész vagyunk; ha nem, szorozzuk meg $P(x)$-et $\big(S_1(x)-S_2(x)\big)$-szel (ami nyilván nem 0):

$$P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)={S_1}^2(x)-{S_2}^2(x)+S_3(x)S_1(x)-S_3(x)S_2(x).$$

Ekkor ${S_1}^2(x)$-ben és $S_3(x)S_2(x)$-ben minden tag kitevője 2-t ad maradékul 3-mal osztva. (Ha elvégezzük a négyzetreemelést ${S_1}^2(x)$-ben, akkor minden kitevő két olyan számnak az összege lesz, amelyek 3-mal osztva 1-et adnak maradékul; míg $S_3(x)S_2(x)$-ben a szorzás elvégzésekor minden tag kitevője egy 3-mal osztható és egy 3-mal osztva 2 maradékot adó szám összege.) ${S_2}^2(x)$-ben és $S_3(x)S_1(x)$-ben minden tag kitevője 1-et ad maradékul 3-mal osztva. Tehát $\Big(P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)\Big)$-ben egyik tag kitevője sem osztható 3-mal. Legyen T_n $(n=1,2)$ olyan polinom, amely $\Big(P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)\Big)$-nek az összes olyan tagját tartalmazza (előjelével, együtthatójával együtt), amelynek kitevője 3-mal osztva n-et ad maradékul. Tehát $T_1(x)+T_2(x)=P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)$.

Szorozzuk meg $\Big(P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)\Big)$-et $\big(T_1^2(x)-T_1(x)T_2(x)+T_2^2(x)\big)$-szel (ami nem 0):

$$P(x)\big(S_1(x)-S_2(x)\big)\big(T_1^2(x)-T_1(x)T_2(x)+T_2^2(x)\big)=T_1^3(x)-T_2^3(x).$$

Nem nehéz meggondolni, hogy $T_1^3(x)$ és $T_2^3(x)$ minden tagjának kitevője osztható 3-mal.

Tehát

$$Q(x)=\big(S_1(x)-S_2(x)\big)\big(T_1^2(x)-T_1(x)T_2(x)+T_2^2(x)\big)$$

egy megfelelő, nemnulla polinom. (Ha $P(x)$ minden tagjának kitevője osztható 3-mal, nem kell szoroznunk semmivel.)

II. megoldás. Azt állítjuk, hogy az adott n-edfokú $a_nx^n+\ldots+a_1x+a_0$ polinomot meg tudjuk szorozni egy legfeljebb $2n$-edfokú $b_{2n}x^{2n}+\ldots+b_1x+b_0$ polinommal úgy, hogy a legfeljebb $3n$-edfokú szorzat polinom megfelelő legyen. $n>0$-ra bizonyítunk, $n=0$-ra $b_0=1$ triviális megoldás. A cél elérésének szükséges és elégséges feltétele az, hogy a 3-mal nem osztható kitevőjű tagok együtthatója 0 legyen.

Ha $0\le k\le 3n$, és k nem osztható 3-mal, akkor:

$$\sum_{0\le i\le n,\ 0\le k-i\le 2n} a_ib_{k-i}=0.$$

Ez összesen $2n$ különböző kitevőt jelent, amely ugyanannyi egyenletet ad. Tehát egy, a $b_0,b_1,\ldots,b_{2n}$ változókra vonatkozó, $2n+1$ ismeretlenes, $2n$ egyenletből álló lineáris egyenletrendszert kapunk. Mivel az egyenletek száma kevesebb, mint az ismeretlenek száma, ezért az egyenletrendszernek vagy nincs megoldása, vagy végtelen sok megoldása van. Az utóbbi fog teljesülni, hiszen $b_i=0$ triviális megoldása az egyenletrendszernek, csak éppen ezt az egy polinomot tiltja a feladat kikötése. De akkor van (végtelen sok) más olyan megoldás is, amiben van nemnulla együttható, így megfelelő polinomot eredményez.

Megjegyzés. A második megoldásból kiderül, hogy a 3-mal való oszthatóságnak a feladat állításának teljesülésében csupán annyi a szerepe, hogy végtelen sok 3-mal osztható természetes szám van. Igaz tehát a következő: ha s természetes számoknak tetszőleges végtelen sorozata, akkor minden nemnulla polinomnak van olyan nemnulla polinomszorosa, amelyben minden tag kitevője s-hez tartozik.